数学名著译丛

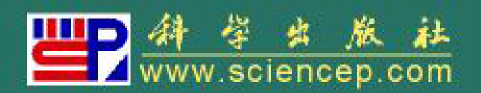
控制论

（或关于在动物和机器中控制和通信的科学）

（第二版）

〔美〕N. 维纳 著

郝季仁 译



数学名著译丛

控　制　论

(或关于在动物和机器中控制和通信的科学)

〔美〕N. 维纳　著

郝季仁　译

(第二版)

科 学 出 版 社

北　京

图字: 01-2007-3954 号

内 容 简 介

这是一本阐述控制论的理论和它在各方面应用的综合性、概论性的书. 作者维纳是控制论的创始人之一. 他就是通过本书奠定了“控制论”这门新兴学科的基础. 书中关于怎样把机械元件和电器元件组成稳定的、具有特定性能的自动控制系统, 关于怎样用统计方法研究信息的传递和加工等方面的讨论对于自动控制、通信工程、计算技术等方面有关的科学工作者有重要参考价值. 书中关于如何应用控制论研究人的神经和大脑的活动, 研究生物的适应和生殖机制, 对生理学、心理学、医学工作者有参考价值. 书中关于本书诞生过程的历史叙述, 对如何发展边缘学科, 有一定的方法论上的意义. 本书是研究控制论的重要的、基本的参考文献之一. 中译本第二版增加了原书 1961 年第二版新增加的内容.

First MIT Press paperback edition, February 1965

图书在版编目(CIP)数据

控制论: 或关于在动物和机器中控制和通信的科学/(美)维纳(Wiener, N.)著; 郝季仁译. —2 版. —北京: 科学出版社, 2009
(数学名著译丛)
ISBN 978-7-03-024580-9
I. 控… II. ① 维… ② 郝… III. 控制论 IV. O231
中国版本图书馆 CIP 数据核字(2009) 第 073934 号

责任编辑: 赵彦超 / 责任校对: 钟 洋
责任印制: 钱玉芬 / 封面设计: 陈 敬

科学出版社 出版
北京东黄城根北街 16 号
邮政编码: 100717
http://www.sciencep.com

中国科学院印刷厂 印刷
科学出版社发行 各地新华书店经销
*
2009 年 6 月第 一 版 开本: B5(720×1000)
2009 年 6 月第一次印刷 印张: 11 1/4
印数: 1—3 000 字数: 193 000

定价: 38.00 元
(如有印装质量问题, 我社负责调换〈科印〉)

《控制论》中译本和它的译者“郝季仁”

龚育之

《控制论》中译本自 1961 年初出版以来, 至今已过去三十多年了. 其间, 不时有朋友问我, “你们翻译的那本《控制论》, 为什么至今还用假名发表, 而不用真实译者姓名呢?”现在, 乘本书第四次即将重印之际, 我作为尚存的两位译者之一, 很愿意写几句话, 把当时翻译这本书的由来和经历, 向今天的读者作个简单的介绍, 既是为学术界提供一点学术史料, 也是对已经去世的另两位译者表示一点纪念之情*.

我们几个人着手翻译维纳这本名著, 还是 1956 年的事情.

1956 年这一年, 在我们人民共和国的历史上, 在我国科学工作的历史上, 在我们许多人个人的历史上, 是很值得怀恋的一年. “向科学进军”! “百花齐放、百家争鸣”! 科学界的精神振奋起来了, 科学界的思想活跃起来了.

这一年的 1 月周恩来总理在党中央召开的知识分子问题会议上作报告, 阐述了“现代科学技术正在一日千里地突飞猛进”的逼人形势, 特别讲了原子能的利用和“由于电子学和其他科学的进步而产生的电子自动控制机器, 已经可以开始有条件地代替一部分特定的脑力劳动, 就像其他机器代替体力劳动一样.”结论是:“这些最新的成就, 使人类面临着一个新的科学技术和工业革命的前夕. 这个革命, 正如布尔加宁同志所说过的, ‘就它的意义来说, 远远超过蒸汽机和电的出现而产生的工业革命’.”布尔加宁是当时苏联的部长会议主席.

由此可见, 当时在苏联, 在中国, 都在饶有兴味地讨论用电子自动控制机器代替一部分脑力劳动的新的工业革命的问题. 这样的兴趣和讨论, 不能不使人注意到最初提出这方面见解 (从机器作为人手的延长发展到作为人脑的延长, 来看第一次工业革命发展到第二次工业革命) 的 N. 维纳和他创立的 Cybernetics, 不能不使人对 Cybernetics 重新作出客观的评价.

说重新评价, 就是因为以前有过评价. 过去的评价不正确, 所以需要重新评价.

苏联过去对 Cybernetics 的评价, 是根本否定的评价. 其代表就是 1953 年第 5 期《哲学问题》杂志发表的题为《Cybernetics 为谁服务》的文章, 署名是“唯物主义者”. 1954 年苏联两位哲学权威主编的《简明哲学辞典》, 收有 Cybernetics 这个条

---

* 龚育之同志亦于 2007 年 6 月去世. 我作为仅存的译者, 在此次科学出版社重印此书前, 对龚文作少量修改, 但基本保持原貌, 以为纪念. 另外, 对随后的“译者注”也作了适当的修改. —— 侯德彭注

目. 这篇文章和这个条目对 Cybernetics 的判决词是:“一种反动的伪科学”, 在哲学上是“人是机器”的机械论的现代变种, 在政治上是为帝国主义服务的思想武器.

大家知道, 从 1948 年李森科在斯大林和联共中央支持下发动批判摩尔根遗传学的运动开始, 苏联在自然科学各个部门对许多学说都进行了粗暴而无理的政治批判和哲学批判. 对 Cybernetics 的批判, 仅是其中之一. 苏联自然科学领域的这些批判, 当时中国大都当作“先进的”东西翻译介绍过来了, 并且在中国进行了学习和跟随着组织了或多或少的批判. 不过,“唯物主义者”的这篇文章却没有翻译介绍过来, 因而中国没有进行对 Cybernetics 的批判. 现在有些文章常说当时中国跟着苏联也批判过 Cybernetics, 这个情况是没有的. 这不是因为当时介绍苏联科学的中国人, 在这个问题上有什么觉悟和不同的见解, 纯粹是因为当时没有注意到. 当然, 也不能说苏联对 Cybernetics 的批判完全没有介绍到中国来, 那本《简明哲学辞典》是出了中译本的, 中译本根据原书条目的阐释, 把 Cybernetics 译为“大脑机械论”. 不过夹在那么一本辞典中的一个小条目, 不但中国科学界没有注意到, 中国哲学界也没有注意到.

中国注意到 Cybernetics, 还是受苏联的影响, 在苏联对 Cybernetics 重新讨论和评价以后. 1954 年 11 月哲学家和数学史家柯尔曼教授在苏共中央社会科学院作了一个题为《什么是 Cybernetics?》的报告, 在《哲学问题》1955 年第 4 期发表了. 同一期《哲学问题》还发表了数学家索波列夫院士等三人的文章《Cybernetics 的若干基本特征》. 这是苏联重新讨论 Cybernetics 的开始.

苏联科学界的这个动向引起了中国的注意. 1955 年 11 月、12 月《学习译丛》(它是中宣部主办的一个月刊) 相继发表关于这个动向的报道和胡平、景松译出的柯尔曼的那篇文章:《什么是 Cybernetics?》. 因为译者和译丛编辑部的同志不是学自然科学的, 就要在中宣部科学处工作的我为他们校订译文. 开初他们还是按《简明哲学辞典》的译法, 把 Cybernetics 译为“大脑机械论”. 这是受过去错误评价而形成的错误译法, 当然不应该沿用. 该怎么译呢? 我们几个人商量, 觉得应该按 Cybernetics 这个词的希腊字源和这门科学的现实内涵来译, 就商定译为“控制论”. 同期《科学通报》译出索波列夫的文章, 也统一用“控制论”这个新译法. 由此这个译法传播开来, 后来有人建议译为“控制学”, 这个译法可能更好, 但是“控制论”的译法既已传开, 用惯, 也就不便更改了.

1956 年 1 月知识分子问题会议报告的起草, 其中的有关用语, 无疑反映了上述的有关讨论和中国对苏联讨论的介绍和关注.

1956 年 5 月, 中共中央宣传部长陆定一代表中共中央向科学界和文艺界作报告, 阐述党的“百花齐放、百家争鸣”方针, 特别说到自然科学是没有阶级性的; 给自然科学学说贴阶级标签, 例如说什么“米丘林的学说是社会主义的”、“孟德尔–摩尔根的遗传学是资本主义的”之类, 就是错误的, 我们切勿相信. 陆定一这些话当

然是针对苏联过去在自然科学领域进行粗暴批判和我们学习苏联也曾进行过许多粗暴批判这种情况而说的. 中宣部科学处在处长于光远的主持下, 按百家争鸣方针认真组织和推动了对遗传学问题的重新评价 (1956 年青岛遗传学会议) 和对其他一些遭到过粗暴批判的学说的重新评价. 也就是在这个时候, 科学处的三位同志, 罗劲柏、侯德彭和我, 还有在中宣部国际处工作的陈步, 一共四个人, 着手翻译维纳的《控制论》.

按我们原来的设想, 是准备把翻译的过程当作学习和研究的过程, 每译出一章译稿, 就在我们几个人中间传观、学习、讨论, 不但讨论译文的是否妥当, 而且讨论其中的科学内容, 还准备吸收几个对这个问题感兴趣的同志一起参加. 实际上就是想搞成一个“控制论研究班”. 我们的分工是, 我译此书的长篇导言, 他们三人分译和合校正文的各章. 想搞这么一个研究班, 就有点仿效维纳在导言中所介绍的他们那个酝酿出控制论思想的研究班的意思. 这篇导言的中译文, 在 1957 年第 6 期《学习译丛》上发表了.

然而, 正是 1957 年 6 月掀起的那场风暴, 把我们这个计划打破了. 侯德彭、陈步两位同志被错划为“右派分子”. 正文各章, 虽已多数译出, 但一章一章讨论的原议, 没有法子实行了. 几个月以后, 侯、陈两位在等待处理下放之中. 我们不甘心这本科学名著的翻译工作就此半途而废. 他们三人继续完成了原来承担的翻译任务, 相互校订了译稿, 由罗劲柏出面, 把这部书稿交给科学出版社了. 当时规定, 被划为“右派”的人不能用真名出版著作. 我和罗又不同意只由我们两人署名. 这样, 就编造了一个名字 ——“郝季仁”. “郝季仁”者, 好几人也.

这本书的出版, 已经是 1961 年的事. 1962 年又根据原书的 1961 年第二版, 补充了新的两章, 出了中译本的第二版. 新版的补译, 是罗劲柏负责. 1985 年, 这个译本又第三次印刷. 这时, 侯、陈两位的“右派”问题当然都已改正. 但是,“郝季仁”这个名字, 是一段历史的产物. 历史的产物就让它留在历史上. 我们都没有动议改署译者的姓名.

现在, 这个中译本又准备第四次印刷. 罗劲柏同志已于 1985 年逝世, 陈步同志也于 1992 年逝世了. 我写到这里, 引起对那一段往事和故友的回忆. 罗和我是清华大学同学, 他学物理, 我学化学, 1952 年从大学毕业一起分配到中宣部科学处, 共事多年, 1973 年又一起从被砸烂的中宣部“阎王殿”重新分配到国务院科教组, 继续共事. 粉碎“四人帮”后, 虽然不在同一个单位了, 但许多时候仍然有机会合作, 比如, 十二大的文件, 中央关于经济体制改革的决定, 中央关于教育体制改革的决定, 我们都是一起参与一些具体文字工作的. 没有想到, 就在教育文件出来后不久, 罗就发现了胃癌, 住进我家附近的北大医院, 我常在下班后溜进病房去探望, 看到他辗转病床的痛苦, 心里很是难受. 罗在他周围的同志中, 是公认的老实人, 即心地善良、埋头苦干的人. 党性坚强, 一直遵照组织安排在党的领导机关工作, 又是书生本

色, 一直尽可能挤时间从事一些科学研究和著述. 罗去世后, 我们老科学处的几位同志搜集他的论文, 编成集子《科学　人才　经济增长》, 由广西科学技术出版社出版. 侯德彭同志是 1956 年从北京大学物理系毕业来到中宣部科学处的, 下放劳动后分到广西大学物理系工作, 改正后当过广西大学校长、自治区党委和政府的负责干部, 除了别的成绩外, 在科学哲学方面还出过几本译著. 陈步同志比我们都大, 解放前在中央大学哲学系毕业. 1956 年哲学研究所成立自然辩证法研究组时, 于光远兼任组长, 我兼做学术秘书, 后来改由陈步兼做并决定把他调过去, 还没有到任, 就出了那场麻烦. 下放劳动后分到商务印书馆工作, 1978 年在商务出版了他译的维纳的《人有人的用处》. 这是维纳《控制论》的姊妹篇, 译这本书的念头也是起于 1956 年, 了却这桩心愿是 22 年之后了.

我们耽误了多少时间! 我们需要为扎扎实实的学术建设抓紧多做工作.

1996 年 5 月 18 日于万寿塔下

中译本第二版前言

本书中译本初版是根据原书初版翻译的. 1961 年原书再版, 订正了初版的一些错误, 增加了两章新的内容. 现在, 趁中译本第二版的机会, 译者根据原书再版, 对中译本也作了订正, 翻译了它新增加的东西.

关于本书的内容, 我们在初版的 "译者序" 中曾作了介绍. "译者序" 还对作者的思想观点作了分析. 从原书再版的情况看, 我们认为 "译者序" 中所作的介绍和分析仍然是合适的. 至于原书再版中新增加的内容, 维纳在他的再版序言中已作了介绍. 因此, 关于原书的再版, 译者没有什么新的话要说.

译　者

1962 年 10 月

译 者 序

诺伯特 · 维纳 (Norbert Wiener) 是控制论的主要创始人, 他就是通过本书奠定控制论这一跨学科的新兴科学部门的基础的. 自 1948 年本书出版以来, 书中所阐明的一些有关控制论的基本科学思想, 一直在这门学科的发展中起着重要的作用, 书中提出的不少研究方向, 也为以后的研究者大大加以发展. 本书是研究控制论的重要的经典文献之一.

第二次世界大战前后, 通信技术和自动控制技术都得到了迅速的发展. 在这些技术的各自领域都积累了丰富的经验, 分别提出了一些理论. 但是, 抓住一切通信和控制系统所共同具有的特点, 站在一个更概括的理论高度, 综合以上各个领域的经验和理论, 并且把这些系统的控制机制和现代生物学所发现的生物机体中某些控制机制加以类比, 形成控制论这样一门独立的专门的学科, 则首先是维纳的功绩.

通信和控制系统的共同特点在于都包含一个信息变换的过程, 一般说来, 即包含一个信息的接收、存取和加工的过程. 但是, 一个通信系统一般总不会只重复传送某种信息, 它们总是适应人们通信的需要传送着各种不同思想内容的信息. 一个自动控制系统, 也不像一部只是不断重复某种单调的动作的普通机器, 它需要根据周围环境的变化, 自动调整自己的运动, 也可以说它必须具有一定的灵活性和适应性. 由此可见, 通信和控制系统所接收的信息带有某种随机的性质, 也就是本书中经常提到的具有某种统计分布. 因此, 通信和控制系统本身的结构也就必须适应它所接收和加工的信息的这种统计性质. 维纳正是从这里着手, 抓住了一切通信和控制系统所共同具有的、很本质的一个特性. 他说: "…… 灵敏自动机的理论是一个统计的理论. 通信工程的机器, 根据单独一次输入而产生的动作是不会使人感到兴趣的. 这种机器如果要能充分发挥作用, 它就必须对全部输入都做出令人满意的动作. 这也就是说, 对一类从统计上预期要收到的输入做出统计上令人满意的动作."(本书 31, 32 页).

维纳在建立控制论的统计理论时, 回顾和总结了自牛顿以来的科学思想和科学方法论发展的趋势. 在本书的第一章里, 维纳通过对牛顿力学的相对性、局限性的分析, 指出 "即便在引力天文学中也有逐渐衰减的摩擦过程. 没有一门科学完全符合于严格的牛顿式样." (本书 27 页) 维纳提出查理・达尔文研究进化论, 他的儿子乔治・达尔文研究潮汐进化论, 他的孙子查理爵士研究量子力学这一虽属偶然的事实, 说明统计的、进化的观点正在渗透到科学的各个部门.

牛顿力学的辉煌成就, 促进了统治着 17 世纪到 19 世纪自然科学思想的机械

唯物论世界观的形成. 机械唯物论者否认客观世界的偶然性, 把偶然性和必然性绝对地对立起来, 企图用拉普拉斯式的决定论来解释一切. 因此, 他们在深入到微观世界的原子物理学新发现的面前感到束手无策. 他们中的一些人就不能不走向原来立场的反面, 高谈什么 "物质消失了", "电子的自由意志", 否认客观必然性, 否认客观规律.

正像牛顿力学不能正确地反映微观世界一样, 控制论所面对的问题也是无法用基于牛顿力学的传统力学方法来解决的. 自动控制系统的特点在于它能根据周围环境的某些变化来决定和调整自己的运动; 显而易见, 要建立关于自动控制的理论, 不突破传统的力学方法, 不摆脱拉普拉斯决定论, 不摆脱机械唯物论, 是绝对不可能的. 维纳把控制论建立在统计理论的基础上, 这就把关于自动控制的研究提到一个新的阶段.

为了给控制论建立一种统计理论, 维纳在本书第二章中详细分析讨论了吉布斯的古典统计力学. 这个统计力学是总结了热机的技术经验, "按照牛顿力学的本来面目"(本书 33 页) 建立起来的. 吉布斯统计力学的重要概念之一, 同时也能用在古典热力学中的, 就是熵的概念. 一个孤立的系统中自发的过程是一个熵不断增加的过程, 这个过程一直进行到熵达到极大值, 也就是系统达到热平衡为止. 吉布斯统计力学所处理的就是这样的自发地趋于热平衡的系统和过程. 维纳认为这样的统计力学是不能直接用来研究控制系统的. 他认为熵是系统无组织程度的一种测度, 自发地趋于热平衡的孤立系统, 无组织程度的确是不断增加, 但是, 一个控制系统不是一个孤立的系统, 而是一个与周围环境密切联系的系统, 特别是控制系统通过自己的反馈机构可以减少系统的 "无组织程度", 因此, 在控制系统中经常发生熵减少的过程. 为了给这种系统建立一种统计理论, 维纳在第三章提出了时间系列的统计力学问题.

维纳把控制系统所接收和加工的信息流看作一个时间系列 (例如电话线中随时间迅速变化着的电压系列就是一个时间系列). 如我们在前面所指出的, 控制系统接收和加工的信息具有一定的随机的性质, 即有某种统计分布. 如果从时间系列的观点看, 这就是：一个控制系统可能接收和加工大量不同的时间系列, 各个不同的时间系列的出现都有一定的概率. 用统计力学的术语来说, 也就是控制系统所有可能接收和加工的各个时间系列构成一个统计系综, 其中每一个时间系列都是这个统计系综中的一个元. 这样, 维纳就解决了控制系统所接收和加工的信息流的统计性质的数学表示问题.

维纳在第三章中进一步提出了研究处在统计平衡的时间系列的问题. 运用第二章讨论过的各态历经定理, 维纳证明：在一定条件下, 处在统计平衡的时间系列的时间平均等于相平均, 有了这个前提, 就可以从统计系综中任一时间系列过去的数据, 求出整个系综的任一统计参数的平均. 实质上也就是由过去可以从统计上推知

未来, 预测未来. 维纳正是根据这一点, 提出了他的著名的预测和滤波的理论. 滤波的问题就是尽可能恢复一个被噪声干扰了的信息流的问题, 实质上也就是预测一个被噪声搞混了的时间系列的问题, 因之滤波问题仍是一个预测问题. 所谓预测, 从数学上讲, 就是从一个时间系列过去的数据去估算整个系综的统计参数. 这种估算得出的是统计参数的平均值, 它与客观实在的参数值有一定距离, 是会产生误差的. 维纳在本章中提出了最优预测的公式 (本书 $(3.91)_3$ 式), 指出了如何使对统计参数的估算所产生的误差为最小. 维纳的这项工作为设计自动防空控制炮火等方面的预测问题提供了理论根据, 也为评价一个通信和控制系统加工信息的效率和质量从理论上开辟了一条途径. 但是, 维纳这方面的理论并没有完成, 如他自己所说的 "这里发展的统计理论, 要求我们对所观测的时间系列的过去具有充分的知识, 但无论在什么场合, 我们都不能满足这个要求, 因为我们的观测不能追溯到无限的过去, 为了超出这个范围, 使我们的理论发展成为一个实用的统计理论, 必须推广现有的抽样方法." (本书 72 页) 同时, 维纳的最优预测公式是针对线性的运算器 (在数学上就是运算子) 来说的, 对于广泛的非线性运算子的最优预测问题尚待研究解决.

在本书的第四章和第五章, 作者结合着对反馈系统的稳定性和计算机的记忆、运算和控制装置的特点的分析, 讨论了神经系统活动的某些机制和病理学的问题. 第六章作者利用从电视扫描引伸过来的群扫描的概念和多级反馈系统的概念, 讨论了视觉生理的某些问题和用一种感官来弥补另一种感官的缺陷的问题. 第七章作者结合着对电子计算机工作可靠性的讨论, 从控制论的观点设想了某些精神病理学现象的可能机制. 在这些章节和本书的导言中, 作者一再强调, 在现代技术的基础上对生物机体的一些生理机制进行模拟的重要性, 从控制论的观点研究这些机制的可能性. 另一方面, 作者也指出, 生理学、心理学等方面的成就对形成控制论科学思想的重要影响. 维纳在这些章节中阐述的见解大都是属于启发性的, 缺乏足够的科学实验根据. 但是, 其中的一些见解已经为近十几年的研究工作所证实和发展, 有一些则一直在引起广泛的争论, 不管怎样, 维纳的这些见解为自动控制技术的研究, 为生物学、物理学和化学的研究开辟了一条重要的途径, 则是肯定的.

在本书的最后一章, 作者试图运用控制论的观点去分析社会发展的问题. 例如, 作者过高地估计了通信技术的发展对社会的影响, 把社会生活中通信工具这样一个纯技术性问题提到完全不适当的高度, 从而得出通信技术越发达, 社会就越不稳定的结论, 甚至得出 "小小乡村社会" 要比 "大的社会" 优越得多的结论. 大家知道, 维纳生活在资本主义社会, 资本主义 "大社会" 之所以有时发生危机, 之所以有时不稳定, 绝不是因为通信技术太发达, 而是因为这种社会制度本身存在着许多的难以克服的矛盾和不合理的现象所致.

控制论研究的是物质相互联系中一类特定的联系形式. 这类联系形式在物质

发展的最高级形态 —— 社会生活的某些方面也是可能存在的. 把控制论作为一种辅助的工具去研究社会生活中某些方面的问题是可能有意义的. 在本书的一些地方作者也提到控制论应用到社会科学领域的困难, 但是, 他是从社会现象的 "统计游程太短", 无法应用统计理论, 这样一个纯技术的观点提出问题的. 事实上, 在社会科学这样复杂的领域, 要想把控制论作为唯一一种独立完整的科学去分析它, 是根本不可能的.

在本书的最后一章和书中其他一些地方, 作者谈到了自动化的社会后果, 表示了他对自动控制技术用于战争和生产自动化带来失业威胁的担忧. 作为一个在资本主义社会工作的科学家, 维纳对自己的科学发现可能引起的社会后果, 抱着严肃的态度, 表示不愿意参与直接为战争服务的研究工作 (本书 22 页), 这种态度是令人尊敬的. 但他未能看清产生战争和失业的根本原因, 看不到摆脱这种悲惨命运的根本途径. 因此, 他在本书的一些地方虽然也表示对垄断资本统治的厌恶, 要求 "建立一个以人的价值为基础而不是以买卖为基础的社会"(本书 22 页), 但是, 他对于能否实现这种社会变革则感到茫然 (本书 22 页). 维纳在本书许多地方一再流露的, 对于科学技术和人类发展前途的悲观主义思想, 反映了一个资产阶级知识分子彷徨苦闷的情绪.

科学技术的发展和使用归根到底取决于社会制度本身, 也取决于它所实行的政治体制, 看这个体制是否公平、公正, 是否文明、先进. 也就是, 像控制论这样一些科学技术的新发现, 在资本主义国家, 用维纳的语言来说, 可能被用来"作恶", 在社会主义国家则必然被用来"为善". 任何科学技术的发展, 包括控制论和信息技术的发展本身, 和失业、战争等现象, 并无必然的联系.

维纳的这本书出版已经十几年. 十几年来, 以电子计算机为核心的各种控制机、信息机得到迅速的发展. 科学技术的这些辉煌成就引起了许多国家科学界、哲学界关于机器能否学习, 能否思维的广泛讨论. 关于机器的 "学习", 机器的 "思维" 这类的说法, 有些人只是把它当作一种语言的借用, 有些人则在认真地谈论着机器的思维, 因为他们在讨论机器是否比人更聪明之类的问题. 因此, 如何正确地阐明和概括当代科学技术的这些最新成就, 是摆在我国科学界和哲学界面前的一项重要任务. 译者认为, 在研究这些问题时, 有一点是明确的. 这就是, 任何机器都是人手和人脑劳动的产物, 机器永远是人进行劳动的工具. 人的劳动和智慧的创造力是无穷无尽的, 因此, 这种创造力的产物 —— 科学技术的发展, 也是无穷无尽的. 对于未来的机器的工作能力, 我们现在很难为它划定一个固定的范围, 只能在科学技术已经达到的基础上对最近将来的发展作出各种估计. 但是, 不论科学技术如何进步, 不论各种机器的工作能力如何发展, 它们总是人的劳动的工具, 如马克思所说的, 总是人手和人脑的延长和加强. 机器和人之间永远不存在谁比谁更聪明的关系. 当然, 把现在的机器和生物机体, 电子计算机和人的大脑加以对比, 研究其相似之处和相

似的共同物质基础, 研究其区别和产生本质区别的根本原因, 研究在这些问题上高级运动形态和低级运动形态的区别和联系等都是很有兴趣的. 在马克思主义思想指导下来研究这些问题, 必将对哲学和现代科学的丰富和发展作出有益的贡献.

× × ×

译者在翻译本书时曾经参照俄文和日文译本作了些校正, 并选用了两种译本的一些注解. 为了说明译者对本书的理解和意见写了这篇译者序, 限于水平, 错误之处可能很多. 希望读者对译文和译者序中不妥之处提出批评和指正.

译　者

1962 年 5 月

原著第二版序言

大约十三年前, 当我写《控制论》初版的时候, 我是在某些严重困难的条件下进行这一工作的, 它使初版不幸产生许多排印上的错误和少数内容上的错误. 现在, 我相信这样的时刻已经来到, 控制论已经不只是被当作要在未来某一时期方能实现的计划, 它已经是一门现存的科学. 因此, 我借这个机会, 根据读者的要求, 对初版作了必要的改正, 与此同时, 根据这门学科的现状和初版问世以来出现的有关的新思想方法, 把初版加以扩充.

如果一门新的科学学科是真正有生命力的, 它的引人兴趣的中心就必须而且应该随岁月而转移. 当我开始写 "控制论" 的时候, 我发现说明我的观点的主要困难在于: 统计信息和控制理论的概念, 对当时传统的思想来说, 不但是新奇的, 也许甚至是对传统思想本身的一种冲击. 现在, 这些概念已经成为通信工程师和自动控制设计师手中如此熟悉的工具, 以致我现在主要担心的是, 本书是否会被人认为已经陈旧和平庸. 反馈的重要性在工程设计和生物学中都已经牢固地奠定了, 信息的应用、量测和传输信息的技术成为训练工程师、生理学家、心理学家和社会学家不可少的一部分. 当本书初版发行时, 自动机还仅仅是一种预测, 现在已经取得了自己的地位, 至于我在本书中和在 "人应该像人那样来使用"[①] 的通俗小册子中一再警告过的、与自动化相联系的社会危机则已经从地平线上升起很高了.

因此, 控制论学家应该继续走向新的领域, 应该把他的大部分注意力转到近十年的发展中新兴的思想上去. 各种简单的线性反馈的研究, 在唤起科学家对控制论的研究方面曾经是十分重要的, 但是, 这些反馈现在看来已经并不像它们最初所显现的那样简单和线性的了. 的确, 在早期的电路理论中, 系统处理线路网络的数学方法并没有超出对电阻、电容、电感的线性并置. 这就是说, 整个问题只要用对被传输消息的调和分析和消息所通过的线路中的阻抗、导纳及电压比就足够加以描述.

在《控制论》出版很久以前, 人们就已经开始认识到, 上述框子不易适于对非线性电路 (如我们在许多放大器、电压限制器、整流器和其他器件所发现的) 的研究. 虽然如此, 由于缺乏一种较好的方法, 把老的电机工程的线性概念加以扩充, 扩充到远远超出这些新的装置能够用这些老概念自然地加以表示的范围的种种尝试一直在进行着.

大约是 1920 年, 当我来麻省理工学院的时候, 处理与非线性装置有关的问题

---

① Wiener N. *The Human Use of Human Beings, Cybernetics and Socicty.* Boston: Houghton Mifflin Company, 1950.

的一般方式是把阻抗概念设法加以扩充, 使它既包括线性系统, 又包括非线性系统. 结果使得非线性电机工程的研究陷入一种类似托勒密天文学系统的最后阶段所处的那种状态, 那时的托勒密天文学是本轮上再套以本轮, 修正上面加修正, 直到那庞大的杂凑的结构最后在自身重量的作用下被压垮.

正像哥白尼系统从捉襟见肘的托勒密系统的残骸上升起, 以它简单而自然的日心说代替复杂而不清楚的托勒密地心说来描述天体的运行一样, 非线性结构和系统 (不论它们是电气的或机械的, 天生的还是人造的) 的研究也需要一个新的、独立的出发点. 我在《非线性问题的随机理论》[①]一书中曾试图为此开辟一条新途径. 现在弄清楚了, 在处理线性现象时极为重要的三角分析, 在我们研究非线性现象时并不要它. 有一个十分明白的数学上的理由来说明这个问题. 电路现象, 像许多其他的物理现象一样, 都存在一种不变性作为它的特征, 这种不变性是对时间原点的移动为不变来说的. 一个物理实验, 如果从中午开始, 要到 2 点钟才达到某一阶段, 假设从 12 点 15 分开始, 则要到 2 点 15 分才能达到那同一阶段. 也就是说, 物理定律对于时间平移群是不变式.

对于上述的平移时间群, 三角函数 $\sin nt$ 和 $\cos nt$ 也有某个重要的不变式. 在 t 上加 τ 的平移, 使一般函数

$$\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega t}$$

变成

$$\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega(t+\tau)}=\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega\tau}\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega t}$$

的形式, 这是与前一函数相同的函数. 因为

$$\begin{aligned}&a\cos n(t+\tau)+b\sin n(t+\tau)\\=&(a\cos n\tau+b\sin n\tau)\cos nt+(b\cos n\tau-a\sin n\tau)\sin nt\\=&a_1\cos nt+b_1\sin nt,\end{aligned}$$

也就是说, 函数族

$$A\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega t}$$

和

$$A\cos\omega t+B\sin\omega t$$

在平移下是不变式.

还有另外一些函数族也是平移的不变式. 我们来看看所谓随机行走, 作这种行走的一个粒子的运动在任何时间间隔内都有一个分布, 这个分布只与时间间隔的长度有关, 而与这时间间隔的起始点无任何关系, 随机行走系综经时间平移后也仍然是自己本身.

① Wiener N. *Nonlinear Problems in Random Theory*. New York: The Technology Press of M. I. T. and John Wiley & Sons, Inc., 1958.

也就是说, 有别的函数集也具有三角曲线的那种纯平移不变性.

三角函数在这种不变性上还附带有一种性质作为它的特征, 这就是

$$Ae^{i\omega t} + Be^{i\omega t} = (A+B)e^{i\omega t}.$$

因此, 这些函数形成一极简单的线性集. 请注意这种性质与直线性有关, 也就是我们可以把频率一定的所有振动都化为两个振动的线性组合. 正是这一特性使调和分析在处理电路的线性性质时具有价值. 函数

$$e^{i\omega t}$$

是平移群的特征标, 从这个函数得出这种群的线性表示.

当我们要进行的函数组合不只涉及常系数相加时 —— 如当把两函数互乘时 —— 简单三角函数不再有这种初等群的性质. 另一方面, 随机行走中显示出来的随机函数却具有某种非常适合于用来讨论非线性组合的性质.

我不想在这里详细讨论这个问题, 因为它在数学上过于复杂, 在我的《随机理论的非线性问题》书中涉及了这个问题. 书中的材料已经在讨论特殊的非线性问题时发挥很大的作用, 但是要实现书中提出的计划, 还有许多工作要做. 它在实践中的结论就是: 在研究非线性系统时, 布朗运动的特征标比三角函数集更适于用来作为测试用的输入. 在研究线路时, 布朗运动的函数可以用物理方法靠散粒效应来产生. 散粒效应是电流中的一种不规则现象, 它是由于电流并不是由一连续的电的流动所引起的, 而是由一系列可分开的、相等的电子的流动所引起的. 因此, 电流具有统计的无规则性. 电流本身有一定的均匀特性, 但当它被放大到某一倍数时, 就显出它包含有相当大的随机噪声.

我将在第九章中表明, 随机噪声的这种理论不只是可在电路和其他非线性过程的分析上加以实际应用, 而且在它们的综合上同样可以加以应用①. 用来实现这些目的的仪器, 把有随机输入的非线性装置的输出, 化为一由某些规格化正交函数组成的特定系列, 这些函数与 Hermit 多项式很相近. 非线性线路的分析问题在于用平均的方法, 从输入的某些参数来定这些多项式的系数.

这种方法的说明是非常简单的. 用黑箱表示一个尚未分析出来的非线性系统, 还有, 我把某些具有已知结构的物体叫做白箱, 用它们表示所求展开式的各项②. 我

① 我在这里用 "非线性系统" 一词并不排除线性系统, 而是包括很大一类系统. 用随机噪声来对非线性系统加以分析的方法也适用于线性系统, 而且已经这样用了.

② "黑箱" 和 "白箱" 两词是一种方便而形象的说法, 它们的含义还不十分确定. 我把黑箱理解为这样一种装置, 它是有两个输入端和两个输出端的四端网络, 它对输入电压的现在和过去实行一确定的操作, 但是关于它靠什么结构来执行这种操作, 我们并不必须知道任何信息. 另一方面, 白箱也具有类似的网络, 它是我们为了获得输入 —— 输出间一事先确定的关系, 根据特定的构造计划, 在输入和输出电压之间建立起联系的那种网络.

把同一随机噪声加进黑箱和一给定的白箱. 在黑箱的展开式中, 给定白箱的系数由黑箱和那白箱的输出的乘积的平均值来给定. 这个平均值是对散粒效应输入的整个系综的平均值, 但是有一条定理允许我们一般都可以用一个对时间的平均值来代替这个对系综的平均值, 只有一组概率为零的情形不允许这样做. 要得到这个对时间的平均值, 我们只需一个随便什么乘法器, 用它得到黑箱和白箱输出的乘积, 至于平均器, 不用说我们可以利用下述事实, 即电容器上的电压与电容器中的电量是成比例的, 因之, 也是与通过电容器的电流的时间积分成比例的.

构成黑箱的等价表示式的各相加白箱的系数不但可以逐一确定, 而且可以同时定出来. 甚至还可以利用适当的反馈装置, 使每一个白箱自动调节自己到与黑箱展开式中它的系数相应的水平. 这样我们就能制造一个多用白箱, 当这个白箱与一黑箱恰当地联接起来, 并使两箱接上同一随机输入时, 这个白箱将会自动地使自己成为那个黑箱的运算上的等价体, 虽然它们的结构可以有很大的不同.

这些分析, 综合的操作和白箱把自己自动调节到和黑箱相等的操作都可以用另外一种由 Bose 教授①和 Gabor 教授②提出的方法来实现. 在所有这些方法中, 用了一套发动和学习的程序, 这些程序是通过为黑箱和各白箱选择恰当的输入并把两种箱子加以比较来实现的; 在许多这类的程序中, 包括 Gabor 教授的方法所用的程序中, 乘法装置都起着重要作用. 用电的方法使两个函数相乘的问题虽然有许多途径可走, 但在技术上却不容易实现. 一方面, 一个好的乘法器必须在一个很大的振幅范围内工作. 另一方面, 为了使它在高频时保持准确, 它的操作必须几乎是立即瞬时完成的. Gobar 要求他的乘法器频率变化范围近 1000 周. 在他担任伦敦大学科学和工艺皇家学院电机工程教授的就职演说中, 他没有明显地说出他的相乘方法适用的频率范围, 也没有说出它们能达到的准确度. 我迫切等待着这些性质的明显说明, 以便能对这种乘法器用在与它有关的其他仪器上的价值作出可靠的估计.

所有这些装置里面都有一个仪器能根据过去的经验使自己采取特定的结构或功能, 这样的装置引起工程学和生物学中一种非常新的看法. 在工程学中, 具有类似性质的装置, 不但能够用来作游戏和作其他有目的的行动, 而且它在做这些事情时, 还可以根据过去的经验来不断地改进自己的行为. 我将在本书第九章讨论这方面的某些可能性. 生物学上, 我们至少也遇到类似的现象, 它们可能是生命的主要现象. 遗传之所以可能, 细胞之所以繁殖, 必须靠细胞中携带遗传的部分 —— 即所谓基因 —— 能够建造另一个和自己相像的同样的携带遗传的结构. 因此, 如果有

---

① Bose A G. Nonlinear system characterization and optimization. *IRE Transactions on Information Theory,* 1959, IT–5: 30–40(special supplement to *IRE Transactions*).

② Gabor D. Electronic inventions and their impact on civilization. *Inaugural lecture.* Imperial College of Science and Technology, University of London, England, March 3, 1959.

一种方法, 使得人造的结构能够生产出另一与自己的功能相同的结构出来, 这将是非常激动人的事. 我将以第十章专门研究这个问题, 特别要讨论一给定频率的振荡系统怎样来把另一些振荡系统变成与它的频率相同的振荡系统.

人们常说产生任何一特殊种类的分子使它和一现在的分子相同的问题与工程中使用样板的问题相类似, 因为我们用一部机器的一个功能元件作样子, 靠它把另一个相同的元件做出来. 样板的阴模是一个静态的东西, 而一个基因分子制造另一个基因分子则必须有某个过程. 我有一个尝试性的意见：频率 (例如分子谱线的频率) 可以是样板元件, 生物物质的相同由它来实现; 基因的自繁殖可能是我要在后面讨论的频率自繁殖的一种表现.

我已经一般地谈到过学习机. 我将用一章来详细地讨论这些机器、实现它的可能性和涉及它的应用的某些问题. 这里我只打算作一点一般性的说明.

如第一章中将看到的, 学习机的概念与控制论本身是同时出现的. 在我提到的防空预测器中, 预测器的线性特性决定于我们对打算预测的那个时间序列的统计系综的长期认识. 当对这些线性特性的知识能够根据我在该章中给出的原则从数学上计算出来时, 我们就完全能够设计一种计算器, 用它算出这些统计特性, 把预测器的短期特性用这同一个机器在进行预测中已经得到的经验来表示, 而且这种表示是自动地完成的, 这种方法能远远超出纯粹的线性预测器的范围. 在 Kallianpur, Massani, Akutowicz 和我自己①的许多论文中, 已经发展了一种非线性预测的理论, 这种预测想必至少可以用相同的方法来机械化, 即利用长期观察为短期预测建立一统计基础.

线性的和非线性的预测理论都涉及预测的切合程度的某种判定标准. 最简单的判定准则就是使误差的均方值减到最小, 虽然这个准则绝不是唯一有用的准则. 这个准则以一种特殊的形式联系布朗运动的泛函加以应用, 我用这些泛函来构造一个非线性仪器, 只要我的展开式中有许多项具有一定的正交性. 这些正交性使得有限数目的这些项的部分和就是那要仿造的仪器的最好的模仿. 只要保持住误差的均方判定准则的要求, 我们就能用这些项来制造那仪器. Gabor 的工作也是建立在误差的均方判定准则上, 但是通过一种更普遍的方法, 它能够应用到由经验获得的时间序列上.

学习机的概念可以扩充到远远超出应用预测器、滤过器和其他类似仪器的范围. 研究和制造出能玩象棋之类的竞争性游戏的机器是特别重要的. 这方面 Sam-

① Wiener N and Masani P. The prediction theory of multivariate stochastic processes. Part I. *Acta Mathematica*, 1957, 98: 111-150; Part II, *ibid*, 1958, 99: 93–137. Wiener N and Akutowicz E J. The definition and ergodic properties of the stochastic adjoint of a unitary transformation. *Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo*. Ser. II, VI, 1957: 205–217.

uel[①] 和 Watanabe[②]在国际商业机器公司的实验室已经进行了重要的工作. 在滤过器和预测器的情况下, 时间序列的某些函数都由一大类本身能够被展开的函数来表示. 这些函数对于决定游戏取胜有意义的量都有一数值计算. 这些量包括例如双方棋子的数目、这些棋子的总活动范围、它们的机动性等等. 在开始使用机器时, 各种不同的走法上的考虑都被给定一尝试性的权重 (tentative weightings), 机器选择一种规则上容许的、总权重为最大值的走法. 到此为止, 机器还是按定死的计划来工作, 还不是一部学习机.

但是, 有时机器执行另一种不同的任务. 它试着把那个函数 (该函数值在游戏取胜时为 1, 失败时为 0, 平局时可能为 1/2) 用许多函数来展开, 这些函数代表的是机器能够认识到的那些方案. 这样, 机器重新确定这些方案的权重, 使自己能玩更复杂的游戏. 我将在第九章中讨论这类机器的某些性质, 但是我在这里要指出, 已经非常成功地使机器在经过 10 到 20 小时的学习和工作后, 能够击败它的设计者, 我还想在那一章中提到在类似的机器上进行的研究工作, 这些机器设计来证明几何定理和在有限的程度内模拟逻辑推理.

所有这种工作都是自动程序设计的理论和实践的一部分, 在麻省理工学院电子系统实验室, 对于自动程序设计进行过深入的研究. 现在已经发现, 除非用上某种学习机器, 要设计出一部严格模仿其他机器的机器是一件非常困难的事, 而现在却迫切需要有能设计这种程序的机器.

现在, 学习机的概念不但应用于我们制造出来的机器, 而且适用于我们叫做动物的那些活机器, 因此, 有可能给生物控制论以新的希望. 在许多最近的研究工作中, 我愿意指出 Stanley-Jones《论生命系统的控制论》(*Cybernetics of Living Systems*, 请注意控制论一词的拼法) 一书[③]. 在这本书中, 他们对神经系统的反馈给予了很大的注意, 这些反馈工作水平, 又像其他对特殊刺激起反应的反馈一样能保持神经系统的工作水平. 既然系统的工作水平与特殊反应的组合在很大范围内是乘性的, 这种组合也就是非线性的而且具有我们已提及的那种种性质. 这个领域的工作最近非常活跃, 希望它在不久的将来变得更为活跃.

我曾经提出过的记忆机和自繁殖机的方法在很大程度上要靠具有高度专门化的装置, 或者我叫它蓝图式的装置才能实现. 同一过程的生理方面必然更多地符合生命机体某些特有的机能, 在生命机体中, 照蓝图行事的过程为另一较不专门化的, 但使系统能组织自己的过程所代替. 本书第十章专门研究了自行组织过程的一个实

① Samuel A L. Some studies in machine learning, using the game of checkers. *IBM Journal of Research and Department*, 1959, 3: 210–229.

② Watanabe S. Information theoretical analysis of multivariate correlation. *IBM Journal of Research and Davelopment,* 1960, 4: 66–82.

③ Stanley-Jones D and Stanley-Jones K. *Kybernetics of Natural Systems, A Study in Patterns of Control.* London: Pergamon Press, 1960.

例, 即由于这种过程, 在脑电波中出现狭窄的、高度分化的频率. 因此, 第十章大部分是前一章在生理学上的补充, 前一章中我在较为蓝图式一点的基础上讨论了同一过程. 脑电波中有谱线很细的频率以及我提出的解释它们是怎样产生出来的理论, 它们能起什么作用, 它们可以有什么医学上的应用, 所有这些, 在我看来, 都是生理学中重要的新的突破. 类似的概念也可以用在生理学的许多其他地方, 而且可以对生命现象的基本研究作出真正的贡献. 在这个领域中, 我刚才提出来的东西与其说是已经完成的研究结果, 不如说还是一个研究计划, 但却是一个我对之抱很大希望的计划.

不论是初版或本版中, 我都没有想把本书写成一本包括控制论中所有进行过的工作的纲要. 这既不是我的兴趣所在, 也不是我的能力所及. 我注意的是表明和详述我在这门学科上的思想, 摆出那些开始引导我进入这个领域和在它的发展中继续引起我的兴趣的某些观念和哲学上的考虑. 因此, 本书纯粹是一本阐述个人思想的书, 书中对于我自己感兴趣的那些东西给予了很大的篇幅, 对于我自己没有研究过的东西, 篇幅却较小.

在修订本书时, 我从各方面得到有力的帮助. 我要特别提到 Constance 小姐, 麻省理工学院出版社的 Boyd, 东京工艺研究所的 Shikao Ikehara 博士, 麻省理工学院电机工程系的李郁荣博士, 贝尔电话实验室的 Gordon Raisbeck 的合作. 还有关于我写出的新的几章, 特别是关于第十章的计算 (计算中我考虑到自行组织系统的问题, 这种系统在研究脑动电流图时可以发现), 我要提到从我的学生 Kottelly 和 Robinson 所得到的帮助, 特别还要提到麻省省立医院 Barlow 博士的帮助. 索引是由 Davis 做的.

没有他们这些人的专心致意, 我是既没有这种勇气, 也不可能这样正确地写出这新的修订版.

诺伯特 · 维纳
剑桥 · 马萨诸塞州
1961 年 3 月

目　录

第一部分

初　版 (1948)

导　　言

这本书是十多年来我和当时在哈佛医科学校、现在在墨西哥国立心脏学研究所的 Arturo Rosenblueth 博士共同研究的成果. 在那些日子里, Rosenblueth 博士 (他是已故的 Walter B Cannon 博士的同事和合作者) 领导了一个每月举行的关于科学方法的讨论会. 参加者大都是哈佛医科学校的青年科学家, 我们一起在危德比尔特 (Vander-bilt) 大厅围着圆桌子吃饭. 谈话是活泼的、毫无拘束的. 这可不是一处鼓励任何人或者使任何人有可能摆架子的地方. 饭后, 由某一个人, 或者是我们这个集体中的一员, 或者是一位邀请来的客人, 宣读一篇关于某个科学问题的论文, 一般地, 这是一篇其首要思想, 或者至少其主导思想是关于方法论问题的论文. 宣读者必须经受一通尖锐批评的夹击, 批评是善意的然而毫不客气的. 这对于半通不通的思想、不充分的自我批评、过分的自信和妄自尊大真是一剂泻药, 受不了的人下次不再来了. 但是, 在这些会议的常客中, 有不少人感到了这对于我们科学的进展是一个重要而经久的贡献.

并不是所有的参加者都是医生或医学科学家. 我们中间有一个人, 他是一个非常坚定的成员, 对于我们的讨论有很大的帮助, 这就是 Manuel Sandoval Vallarta 博士, 他和 Rosenblueth 博士一样, 也是墨西哥人, 在马萨诸塞理工学院当物理教授, 他是我在第一次世界大战之后到这个学院来教书时的最初的学生之一. Vallarta 博士常常带领一些麻省理工学院的同事来参加这些讨论会, 正是在这些讨论会的某一次会上, 我初次会见了 Rosenblueth 博士. 我长时期以来就对科学方法很感兴趣, 曾经参加过 1911–1913 年间在哈佛由 Josiah Royce 领导的关于这个题目的讨论班. 况且, 他们感到, 有一个能够批判地考虑数学问题的人参加进来, 是很重要的, 因而我就成了这个集体的积极成员, 直到 1944 年 Rosenblueth 博士叫我到墨西哥去, 而且战时的混乱状态结束了这一系列的讨论会为止.

许多年来, Rosenblueth 博士和我共同相信, 在科学发展上可以得到最大收获的领域是各种已经建立起来的部门之间的被忽视的无人区. 从莱布尼茨以后, 似乎再没有一个人能够充分地掌握当代的全部知识活动了. 从那时候起, 科学日益成为专门家在愈来愈狭窄领域内进行着的事业. 在上一世纪, 也许没有莱布尼茨这样的人, 但还有一个高斯、一个法拉第、一个达尔文. 今天, 没有几个学者能够不加任何限制而自称为数学家, 或者物理学家, 或者生物学家. 一个人可以是一个拓扑学家, 或者一个声学家, 或者一个甲虫学家. 他满嘴是他那个领域的行话, 知道那个领域的全部文献, 那个领域的全部分支, 但是, 他往往会把邻近的科学问题看作与己无

关的事情, 而且认为如果自己对这种问题发生任何兴趣, 那是不能容许的侵犯人家地盘的行为.

这些专门化的领域在不断增长, 并且侵入新的疆土. 结果就像美国移民者、英国人、墨西哥人和俄罗斯人同时侵入俄勒冈州所造成的情形一样 —— 大家都来探险、命名和立法, 弄得乱七八糟、纠缠不清. 有这样一些科学工作的领域, 我们在本书的正文中将要讨论到, 人们从纯粹数学、统计学、电工学和神经生理学等等不同方面来探索它; 在这样的领域里, 每一个简单的概念从各方面得到不同的名称; 在这样的领域里, 一些重要的工作被各方面重复地做了三四遍; 可是却有另一些重要工作, 它们在一个领域里由于得不到结果而拖延下来, 但在邻近的领域里却早已成为古典的工作.

正是这些科学的边缘区域, 给有修养的研究者提供了最丰富的机会. 同时这些边缘区域也是最最不能用集体攻击和劳动分工这种公认的方法来达到目的的. 如果一个生理学问题的困难实质上是数学的困难, 那么, 十个不懂数学的生理学家的研究成绩会和一个不懂数学的生理学家的研究成绩完全一样, 不会更多. 如果一个不懂数学的生理学家和一个不懂生理学的数学家合作, 那么, 这个人不会用那个人所能接受的术语表达自己的问题, 那个人也不能用这个人所懂得的任何形式来作出自己的回答. Rosenblueth 博士一直坚持主张, 到科学地图上的这些空白地区去作适当的查勘工作, 只能由这样一群科学家来担任, 他们每人都是自己领域中的专家, 但是每人对他的邻近的领域都有十分正确和熟练的知识; 大家都习于共同工作, 互相熟悉对方思想习惯, 并且能在同事们还没有以完整的形式表达出自己的新想法的时候就理解这种新想法的意义. 数学家不需要有领导一个生理学实验的本领, 但却需要有了解一个生理学实验、批判一个实验和建议别人去进行一个实验的本领. 生理学家不需要有证明某一个数学定理的本领, 但是必须能够了解数学定理中的生理学意义, 能够告诉数学家他应当去寻找什么东西. 我们多年来梦想着集合这样一批自由的科学家, 在这样一块科学处女地上共同工作. 他们结合在一起, 并不像一群下属围绕着一个司令官, 而是由于那种要想理解这整个区域和互相取长补短的愿望, 更正确地说, 由于这样一种精神上的需要.

远在我们选定共同研究的领域和各自分担的部分之前, 我们在这些问题上的观点就已经一致了. 走上这新的一步的决定性因素是战争. 很久以来, 我就知道, 一旦国家有事, 我的作用将主要地决定于两件事情: 同 Vannevar Bush 博士所拟订的计算机研究计划进行密切接触, 我同李郁荣博士关于电网络设计工作的合作. 事实上, 这两件事情后来都证明了是重要的. 1940 年夏天, 我把大部分注意力转向发展计算机来解答偏微分方程. 我对于这个问题早就有兴趣, 并且相信, 和 Bush 博士用他的微分分析机处理得很好的常微分方程的情形不同, 这里的主要问题是多变数函数的表示问题. 同时我还相信, 电视中所用的扫描过程给出了这个问题的答案, 而

且, 事实上电视不止是一种独立的工业, 它作为一种新的技术而加以引用就注定了要对工程技术发挥更大的用处.

显然, 同常微分方程问题相比, 任何扫描过程都必须大大增加所要处理数据的数目. 为了要在合理的时间以内得出合理的计算结果, 必须使基本运算过程的速度达到极大, 并且要避免用那些本性缓慢的步骤来打断这些过程的连续进行. 同时还必须使单个过程的精确度很高, 以免由于基本运算过程的大量重复使得积累起来的误差大到断送了全部精确性的地步. 因此我提出了下列建议:

1) 在计算机中心部分, 加法和乘法装置应当是数字式的, 如同通常的加法机一样, 而不是基于量度的, 如同 Bush 微分分析机那样;

2) 这些实质上是开关装置的机件应当由电子管来做, 而不要由齿轮或机械替续器来做, 以便保证更快速的动作;

3) 根据贝尔电话研究所的现有装置所采用的方针, 加法和乘法采用二进位制比起采用十进位制来, 在装置上大概会更为经济些;

4) 全部运算序列要在机器上自动进行, 从把数据放进机器的时候起到最后把结果拿出来为止, 中间应该没有人的干预; 为此所需的一切逻辑判断都必须由机器自身作出;

5) 机器中要包含一种用来储藏数据的装置, 这个装置要迅速地把数据记录下来, 并且把数据牢固地保存住, 直到清除掉为止, 读出数据要迅速, 清除数据也要迅速, 而且又要能够立刻用来储藏新的材料.

这些建议, 连同关于如何实现这些建议的初步意见都送交 Bush 博士, 以备在战争中可能有用处, 在战争准备阶段, 这些建议似乎不配获得立刻进行研究的那种优先待遇. 虽然如此, 它们还是代表了那些体现在现代快速计算机中的观念. 这些概念在当时思潮的精神之中都已经有了, 我丝毫没有想到要宣布诸如我个人对于引进这些概念的贡献之类的事情. 尽管如此, 我的这些想法被证明是有用的, 我的希望也就是要使我这个备忘录能对工程界普及这些概念发生若干作用, 无论如何, 我们将要在本书的正文中看到, 这都是一些与研究神经系统有关的有趣的观念.

这件工作就这样摆到桌子上来了, 虽然这些想法是有用的, 却没有引导 Rosenblueth 博士和我来立即着手加以研究. 我们的实际合作是由于另一个计划引起来的, 这个计划也是为了上次战争的目的而采取的. 在战争初期, 德国的空军优势和英国的防御地位使许多科学家的注意力转向改进防空武器的工作. 甚至在战争以前就已经十分清楚, 飞机的高速度使得所有古老的火力瞄准方法都变得陈旧无用了, 必须使控制装置能够进行全部必需的计算. 飞机和从前遇到过的所有的射击目标不一样, 它的速度比用来击落它的炮弹的速度小不了很多, 这个情况带来了很大困难. 因此, 十分重要的是, 射出炮弹时, 并不是要朝着射击目标, 而是要使投射物和射击目标在未来的某个时刻同时到达空间的某处. 因此, 我们必须寻找到某种预测飞机

的未来位置的方法.

最简单的方法就是把飞机当时的航线沿着一条直线外推. 有许多理由推荐这个方法. 飞机在飞行中急转和拐弯越多, 它的有效速度就越小, 它用来完成飞行任务的时间就越少, 它留在危险区域的时间就越长. 如果其他的条件都相等, 飞机就要尽可能地沿直线飞行. 可是从第一声高射炮打响以后起, 条件不相等了, 飞行员就可能飞曲线、翻筋斗, 或者用其他方式采取逃避的动作.

如果这种动作飞行员能够完全随意进行, 而且飞行员能很聪明地运用他的机会, 如同一个优秀的扑克专家那样, 那么, 他就有足够多的机会在炮弹到达以前来掩饰他所希望到达的位置, 使我们不能很准确地计算到射中它的机会, 除非我们运用耗费很大的密集防御炮火. 可是情况不是这样, 飞行员并没有按照自己的意愿来操纵飞机的完全自由. 只说一件事情：他是在一架高速飞行着的飞机之中, 任何过于急骤地偏离原来航线的动作都会产生极大的加速度, 以致使他失去知觉或使飞机解体. 再有他只能用转动飞机的操纵面的方法来操纵飞机, 而转变到新的飞行状态需要一段短的时间. 即使操纵面转到新位置, 仅仅能改变飞机的加速度, 而这种加速度的改变要产生最后效果还必须先转为速度的改变, 然后再转为位置的改变. 此外, 一个飞行员在紧张的战斗状态下很难进行任何十分复杂和自如的随意活动, 一般总是习惯于按照他所熟练的活动式样动作.

所有这些都使得飞行的曲线预测问题的研究值得进行, 不管这个研究的结果会证明实际使用一种带有这种曲线预测的控制装置是有利的还是不利的. 预测一条曲线的未来就是对曲线的过去进行某种运算. 真正的预测算符不能用任何可以制造的装置来实现. 但是却有某些算符能对它作一定的模拟, 而且可以用我们所能制造的装置加以实现. 我向麻省理工学院的 Samuel Caldwell 教授建议, 认为这些算符是值得试验一番的, 他立即建议我们用 Bush 的微分分析机来试验, 把它当作我们所需要的火力控制装置的现成模型. 我们这样做了, 其结果将在这本书的正文里讨论到. 无论如何, 结果我发现自己已经参加到一个战争的研究题目中来, 在这个研究计划里, Julian H Bigelow 和我合伙, 研究着预测理论和实现这个理论的装置的结构问题.

可以看出, 我已经是第二次从事研究一种用来代替人类特殊功能的机械电学系统的工作了 —— 第一次是实现复杂的计算, 第二次是预测未来. 在预测未来的研究中, 我们不应该回避讨论怎样来执行某些人类功能的问题. 在某些火力控制装置中, 的确, 开始进行瞄准的第一个脉冲是直接由雷达发出的, 但是, 更为通常的情况是, 在火力控制系统中有一个高射炮瞄准手或一个高射炮调度手, 或者两个人配合起来, 他们作为这个控制系统的一个重要部分而动作. 了解他们的特性以便从数学上把他们同他们所操纵的机器结合起来, 是很重要的. 此外, 他们的射击目标, 即飞机, 也是由人来操纵的, 我们正是希望知道它的动作特征.

Bigelow 先生和我得出了这样的结论：随意活动[1]中的一个极端重要的因素就是控制工程师们所谓的反馈作用. 我将用专门的几章来相当详尽地讨论这个问题. 在这里只需说一下, 当我们希望按照一个给定的式样来运动的时候, 给定的式样和实际完成的运动之间的差异, 被用作新的输入来调节这个运动, 使之更接近于给定的式样. 举一个例, 船舶上有一类操舵机, 它将驾驶盘的转动, 作用到一个与舵柄连结的装置上, 通过这个装置调节操舵机的一些气门, 使得舵柄朝着把这些气门关闭的方向转动. 舵柄这样转动后, 就使气门调节装置的另一端回到正中的位置, 这样驾驶盘的角位置就再现为舵柄的角位置. 显然, 任何妨碍舵柄运动的摩擦力或其他阻碍力, 都会增加进入某一边气门的蒸气量, 而减少进入另一边气门的蒸气量, 这样就增加了使得舵柄到达所要求的位置上去的转矩. 这样, 这个反馈系统就使得操舵机的动作相对地独立于其荷载.

另一方面, 在有时间延滞等的条件下, 一个过于粗鲁的反馈会使船舵越位, 并且跟着还会有一个来自另一方向的反馈, 使船舵越位得更厉害, 直到驾驶机构发生强烈的摆动或振动 (hunting) 以至完全毁坏为止. 在 MacColl 所写的那类书[2]里, 我们可以找到, 关于反馈起有利作用和起破坏作用的非常详尽的讨论. 反馈现象是一种我们已经从量的方面非常透彻地了解了的现象.

现在, 假定我捡起一支铅笔. 为了去捡, 我必须运动某些肌肉. 除了少数解剖学专家外, 我们大家都不知道这是哪些肌肉, 而且即使在解剖学家中间, 也未必有人能够有意识地用连续地收缩每一条有关的肌肉的办法来实现这一动作. 相反地, 我们只是要去捡起铅笔. 我们一旦决定了这一点, 我们的动作就朝着这样的方向进行, 粗略地说, 就是使表示铅笔尚未被捡起的量逐渐减少. 这一部分运动并不完全是有意识的.

要按这样的方式来完成一个动作, 必须将有关每一瞬时我们尚未捡起铅笔的量的报告送到神经系统, 不论是有意识的或无意识的. 如果我们用眼睛看着铅笔, 这个报告可能就是视觉的, 至少部分是视觉的, 但是这种报告更一般地是运动感觉的, 或者用流行的术语说, 是本体感受的. 如果我们失去了本体感受的感觉, 而又没有用视觉或者其他的感觉来替代, 那么我们就不能够完成捡起铅笔的动作, 从而发现自己处在所谓运动失调的状态. 这种类型的运动失调在叫做脊髓痨 (或称运动性共济失调病) 的中枢神经系统梅毒病中, 是十分常见的. 在这种病中, 由脊髓神经来传达的运动感觉或多或少受到损坏.

然而, 一个过度的反馈妨碍有组织的活动的严重程度, 似乎和一个不足的反馈所造成的一样. Bigelow 先生和我估计到这种可能性, 向 Rosenblueth 博士提出了一种特殊的问题. 有没有任何一种病理条件, 在这种病理条件下, 病人在试图去实

① 随意活动：生理学上常使用的名词, 指经过大脑皮层反射的、有意识的活动. —— 中译者注

② McColl L A. *Fundamental Theory of Servomechanisms.* New York: Van Nostrand, 1946.

现像捡铅笔那样的随意动作时, 超过了目的物, 然后发生了一种不能控制的摆动? Rosenblueth 博士立即回答我们说, 确有这样一种大家熟知的情况, 它叫做目的震颤, 常常因小脑受伤而引起.

这样, 就找到了一个极端重要的论据来支持我们关于至少是某一些随意活动的性质的假说. 应当指出, 我们的观点比神经生理学家们中间流行的观点高明得多. 中枢神经系统不再是从感觉接受输入又把它发射给肌肉的一个独立自足的器官. 相反地, 它的某些最具有特征性的活动, 只有把它当作一个从神经系统出发进入肌肉, 然后通过感官 (不论是本体感受器官或者是特殊感觉器官) 再进入神经系统的环形过程, 才能理解. 这在我们看来, 是标志着神经生理学研究中的一个新的阶段, 这一部分神经生理学不仅涉及神经和突触的基本过程, 而且涉及神经系统作为一个整体的活动.

我们三个人觉得这个新观点值得写成一篇论文, 我们就写出来并且发表了①. Rosenblueth 博士和我预见到这篇论文只能够是一个宏大的实验工作计划的开头, 我们想, 如果我们的建立一个介乎各门科学之间的科学部门的计划得以实现, 这个题目就会成为我们研究活动的几乎是理想的中心.

根据通信工程的知识水平, Bigelow 先生和我已经清楚地知道, 控制工程的问题和通信工程的问题是不能区分开来的, 而且, 这些问题的关键并不是环绕着电工技术, 而是环绕着更为基本的消息概念, 不论这消息是由电的、机械的或是神经的方式传递的. 消息是分布在时间上的可量事件的离散的或连续的序列 —— 确切地说, 就是统计学家的所谓时间序列. 预测一个消息的未来, 就是用某种算符去运算这个消息的过去, 不管这个算符是由一个数学计算的公式实现的, 还是由一个机械装置或电的装置实现的. 在这方面, 我们发现, 我们最初设想的理想的预测机构, 遇到了由两类具有对抗性质的误差所引起的困难. 我们最初设计的预测装置能够用来预测一个特别光滑的曲线到任何所要求的近似程度, 可是, 这种精细程度常常是靠提高仪器的灵敏度得来的. 这种装置对于光滑波越是适用, 它越是容易被离开光滑性的微小偏差引起振荡, 而等待这种振荡消失所要的时间也就越长. 因此, 光滑波的良好预测, 看来比对粗糙曲线的最优可能预测, 要求更精密更灵敏的装置, 而每一特殊场合下所用的特定装置的选择, 取决于要加以预测的现象的统计性质. 这一对相互影响的误差, 与海森堡量子力学中的, 用海森堡的测不准原理来描述的测量位置与测量动量的矛盾问题, 有某些共同之点.

我们一旦清楚地了解到, 最优预测问题的解决仅仅取决于要加以预测的时间序列的统计性质, 那就不难把在预测理论中原来认为是困难的东西变成为实际解决预测问题的有效工具. 设已知一个时间序列的统计性质, 我们就能够推导出用某种技

① Rosenblueth, Wiener & Bigelow. Behaviour, purpose & teleology. *Philosophy of Science*, 1943, 10: 18–24.

术实现的、具有一定时间超前的预测所产生的均方误差的显函表示式. 有了这个公式, 我们就能把最优预测问题变成为决定一个特殊算符的问题, 这个特殊算符要把一个依存于它的特殊正量降到极小值. 这类极小化问题属于数学中一个现成的分支, 即变分法, 这个分支有一种现成的技术. 借助于这种技术, 我们能够得到对已知其统计性质的时间序列的未来预测问题的显函最优解, 并且还能进一步用一种可以制造的装置从物理上来实现这个解.

我们一旦做到了这一点, 就至少给工程设计上的一个问题开辟了全新的局面. 一般地说, 工程设计与其说是一门科学, 不如说是一种艺术. 而把这一类问题归结为极小化原理, 我们就把这个部门建立在更为科学的基础上. 我们发现, 这不是一个孤立的事件, 而是涉及工程工作的整个领域, 在这个领域里, 类似的设计问题可以用变分法来解决.

我们用同样的方法研究和解决了其他类似的问题. 滤波器设计问题便是其中之一. 我们发现, 一个消息常常被我们叫做本底噪声的外来干扰混杂了. 于是我们面临着一个问题, 这就是要用一个算符作用于被混杂了的消息之上, 以恢复成原来的消息, 或是恢复成具有给定超前的消息, 或具有给定滞后的消息. 这个算符的最优设计, 以及用来实现这个算符的装置的最优设计, 取决于消息和噪声的分别的和联合的统计性质. 这样, 我们便在滤波器的设计工作中, 把原来具有经验性的甚至有些偶然性的过程, 代之以具有透彻的科学判断的过程.

这样一来, 我们就把通信工程变成为一门统计科学, 变成为统计力学的一个分支. 一个多世纪以来, 统计力学的观念的确在浸入科学的每一分支. 我们将看到, 统计力学在现代物理学中的这种优势地位, 对于解释时间的本性具有十分生动的意义. 在通信工程的场合, 统计因素的意义是直接明了的. 信息的传递除非作为二中择一的事件的传递, 否则是不可能的. 如果只有一个偶然事件拿来传递, 那么根本不发消息是最有效而最少麻烦的发送方法. 电报机和电话机只有在它们所传递的消息以不完全决定于其过去的方式连续变化的时候才能发挥它们的功能, 也只有在这些消息的变化符合某种统计规律的时候才能有效地被设计出来.

为了概括通信工程的这个局面, 我们必须发展一个关于信息量的统计理论, 在这个理论中, 单位信息量就是对具有相等概念的二中择一的事物作单一选择时所传递出去的信息. 这个思想差不多在同一个时候由好几位科学家提了出来, 其中有统计学家 Fisher, 贝尔电话研究所的 Shannon 博士①和作者自己. Fisher 研究这个题目的动机来自古典统计理论; Shannon 的动机来自信息编码问题; 作者本人的动机则来自电滤波器中的噪声与消息问题. 附带提一提, 我在这方面的某些思想, 是从

① Shannon C E, Weaver W. *The Mathematical Theory of Communication.* Urbana: The University of Illinois Press, 1949.—— 中译者注

前苏联的 Kolmogoroff [①] 的早期工作得来的, 虽然我的工作的相当大的部分是在我注意到这个前苏联学派的工作以前完成的.

信息量的概念非常自然地从属于统计力学的一个古典概念 —— 熵. 正如一个系统中的信息量是它的组织化程度的度量, 一个系统的熵就是它的无组织程度的度量; 这一个正好是那一个的负数. 这个观点引导我们产生了许多关于热力学第二定律的考虑, 引导我们去研究所谓麦克斯韦的可能性问题. 这些问题也从关于酶和其他催化剂的研究中独立地产生出来, 而关于酶和催化剂的研究主要是为了专门了解有生命的物质的新陈代谢和生殖之类的基本现象. 生命的第三种基本现象 —— 应激性则属于通信论的范围, 而归入我们刚才讨论过的那一群观念中[②].

早在四年以前, 围绕着 Rosenblueth 博士和我的一群科学家就已经认识到有关通信、控制和统计力学的一系列核心问题之间的本质上的统一，不管这些问题是机器中的还是活的机体中的. 另一方面, 关于这些问题的文献缺乏统一, 没有任何共同术语, 甚至没有一个称呼这个领域的简单名称等等情况严重地妨碍着我们. 经过仔细考虑, 我们得到这样的结论：所有现有的术语不是过分偏于这一方面就是过分偏于那一方面, 不能符合于这个领域的未来发展; 正如科学家们常常碰到的那样, 我们被迫至少去创造一个新的希腊术语来填补这个缺口. 我们决定把这个关于既是机器中又是动物中的控制和通信理论的整个领域叫做控制论 (Cybernetics), 这个字我们是从希腊字 $\kappa\upsilon\beta\varepsilon\rho\nu\acute{\eta}\tau\eta\zeta$ 或 “掌舵人” 变来的. 在选择这个字时, 我们是想用它来纪念关于反馈机构的第一篇重要论文, 这是麦克斯韦[③]在 1868 年发表的一篇关于调速器的文章. 而拉丁字调速器 (governor) 一字是从 $\kappa\upsilon\beta\varepsilon\rho\nu\acute{\eta}\tau\eta\zeta$ 讹误引申而来的. 我们也想提到这个事实：船舶的操舵机的确是反馈机构的一种最早而且最发达的形式[④] .

虽然控制论这个名词的产生不早于 1947 年夏天, 我们觉得用它来叙述这个领域发展的较早时期仍然是恰当的. 大约在 1942 年前后, 这个学科分别在几条战线上发展. 开头, Bigelow, Rosenblueth 和维纳合写的论文中的思想由 Rosenblueth 博士在 1942 年在纽约召开的一次会议上加以传播, 这个会议是梅氏基金会主办, 专

① Kolmogoroff A N. Interpolation und extrapolation von stationären zufälligen folgen. *Bull. Acad. Sci. U. S. S. R. Ser. Math.*, 1941, 5: 3–14.

② Schrödinger, Erwin. *What is Life*? Cambridge, Eng: Cambridge U. Press, 1945.

③ 麦克斯韦 J C. *Proc. Roy. Soc.* (London), 1868, 16: 270–283.

④ “控制论”($\kappa\upsilon\beta\varepsilon\rho\nu\acute{\eta}\tau\iota\kappa\eta$) 一词并不是新词. 它在柏拉图的著作中是常见的. 在那里它的本义通常是驾船术、操舵术, 但是不止一次变义地用于表示管理人的艺术 (见 Guilbaud G T. La Cybernėtique. Paris: Press Universitaires de France, 1954: 6–7). 1834 年, 著名法国物理学家安培同样在研究科学分类问题的时候, 援古例把管理国家的科学叫控制论. 在这个意义下控制论一词编入 19 世纪许多著名词典中. 安培把控制论与 “зтнодицеей”(民权的科学)、外交术和 “政权论” 一起都列为政治科学, 而且控制论与政权论构成了他的政治一词的本义. —— 俄译者注

门讨论神经系统中枢抑制问题的. 参加会议的人中有伊利诺大学医学院的 Warren McCulloch 博士, 他早已同 Rosenblueth 博士和我有过接触, 他对大脑皮质组织的研究很有兴趣.

在控制论的历史上反复出现过的一个因素, 即数理逻辑的影响, 这时也参与进来了. 假如我必须为控制论从科学史上挑选一位守护神, 那就挑选莱布尼茨. 莱布尼茨的哲学集中表现在两个密切联系着的概念上 —— 普遍符号论的概念和推理演算的概念. 今日的数学记号和符号逻辑即来源于此. 正如算术的演算经历了一个由算盘和桌上计算机到今日的快速计算机的机械化过程, 莱布尼茨的推理演算器里就包含着推理机器即理解机的萌芽. 诚然, 莱布尼茨自己和他的前辈帕斯卡一样, 兴趣在于制造计算机. 因此, 丝毫不必惊讶, 推动了数理逻辑发展的同一种智力冲动, 同时也推动了思维过程的理想的或实际的机械化.

一个能够办得到的数学证明, 是一个可以用有限数目的符号写出的证明. 这些符号, 事实上, 可能会与无限的概念有关, 但是, 这种关系是我们可以由有限个步骤加起来得到的; 如像数学归纳法的情形, 在那里我们证明一个依赖于参数 n 的定理当 $n = 0$ 时正确, 又证明 $n + 1$ 的情况可以从 n 的情况中推导出来, 于是就证明了对于 n 的所有正值, 定理都是正确的. 而且我们的推演过程的运算规则必须在数目上是有限的, 即使它们因与无限的概念有关而表面上看来不是有限的, 但是当这无限概念本身可以用有限项表示出来时, 推演过程的运算规则仍然是有限的. 简言之, 对于像希尔伯特那样的唯名论者和像外尔那样的直觉主义者都同样十分明白: 数理逻辑理论的发展要遭遇到限制着计算机工作的同样性质的障碍. 以后我们将看到, 用这个观点甚至能够来解释康托和 Russell 的悖论.

我自己以前是 Russell 的学生, 受了他很大的影响. Shannon 博士在麻省理工学院做的博士论文是关于类的古典布尔代数方法在电工开关系统研究中的应用①. 图灵也许是第一个把机器的逻辑可能性作为一种智力实验来研究的人, 他在战争时期作为一个电子学家给英国政府服务, 现在是德丁顿国立物理研究室的发展新型计算机计划的负责人.

从数理逻辑的领域跑到控制论方面来的另一个年轻的移民是 Pitts. 他曾经是 Carnap 在芝加哥的学生, 也曾和 Rashevsky 教授及其生物物理学学派接触过. 顺便提一提, 这个学派在吸引有数学头脑的人注意生物科学的问题方面, 很有贡献, 虽然在我们某些人看来, 他们过于强调能和势的问题, 过于相信古典物理学的方法, 以为这样就能够在研究像神经系统这样的系统时做出尽可能的最好的工作, 而这样的系统远不是能够仅仅从能量上加以说明的.

① 类的布尔代数 —— 逻辑演算法, 因纪念 19 世纪英国数学家和逻辑学家布尔 · 热尔德萨而取此名. 所提到的 Shannon 的研究在*Trans. AIEE*, 1938, 57: 713 和*Bell System Tech I.*, 1949, 28(1): 59 的论文中有说明. —— 俄译者注

Pitts 先生很幸运受到了 McCulloch 的影响, 他们俩很早就开始研究关于由突触把神经纤维联合为浑成一体的系统的问题. 他们和 Shannon 没有联系, 独立地运用了数理逻辑的方法来讨论那些归根结底是开关问题的问题. 他们增添了一些在 Shannon 的早期工作中作用并不显著的因素, 虽然他们一定受到了图灵思想的启发, 即用时间作为一个参数, 考虑到含有环形的网络, 考虑到突触的延迟和其他延迟①.

1943 年夏天我遇见了波士顿市立医院的 Lettvin 博士. 他对有关神经机制的问题很感兴趣. 他是 Pitts 先生②的密友, 他曾使我了解了 Pitts 的工作. 他邀请 Pitts 先生到波士顿来, 并把他介绍给 Rosenblueth 博士和我. 我们欢迎他参加我们的集体. Pitts 先生于 1943 年秋来到麻省理工学院, 目的是为了同我一道工作, 也为了打好他在研究控制论这门新科学中的数学基础. 这门科学那时已经确然诞生, 但还没有受洗礼.

这时, Pitts 先生已经充分熟悉了数理逻辑和神经生理学, 但不曾有过很多接触工程的机会. 特别是, 他还不熟悉 Shannon 博士的工作, 在电子学方面还没有多少经验. 当我拿一些现代的真空管给他看, 并且给他说明这些真空管正是用来实现他的神经元线路与系统模型的理想方法时, 他感到极大的兴趣. 从那时起, 我们已经清楚地认识到, 以替续的开关装置为基础的快速计算机必定会是神经系统中发生的各种问题的几乎合乎理想的模型. 神经元兴奋的全或无的性质, 完全类似于二进位制中决定数字时的单一选择, 这种二进位制我们不只一个人设想过, 认为它是计算机设计的最合适的基础. 突触无非是这样一种机构, 它决定来自别的一些选定元件的输出的特定组合是否将成为足以使下一个元件产生兴奋的刺激, 而且这种决定的精确性要类似计算机. 解释动物记忆的性质和变化的问题, 与机器中的人工记忆的问题也是互相类似的.

这时, 计算机的制造已经证明对于战争有很重要的作用, 为 Bush 博士始料所不及, 制造工作也在好几个中心沿着与我早先的报告所指出的相差无几的路线在进展. 哈佛、亚伯丁试射场和宾夕法尼亚大学已经在制造机器, 普林斯顿高级研究所和麻省理工学院不久也进入同一个领域. 在这个过程中, 有一个从机械结构到电结构, 从十进位到二进位, 从机械替续器到继电器, 从由人指导运算到自动指导运算的逐渐的进步; 总之, 每一个新的机器都比以前的机器更加证明了我送给 Bush 博士的备忘录的正确性. 在这方面有兴趣的人们经常来往. 我们得到了和同事们交流思想的机会, 特别是同哈佛大学的 Aiken 博士, 高级研究所的冯 诺依曼博士, 宾

---

① Turing A M. On computable number, with an application to entscheidungsproblem. *Proceedings of the London Mathematical Society*, Ser. 1936, 2(42): 230–265.

② McCuiloch W S and Pitts W. A logical calculus of the ideas immanent in nervous activity. *Bull. Math. Biophys.*, 1943, 5: 115–133.

夕法尼亚大学研究 ENIAC① 和 EDVAC② 计算机的 Goldstine 博士. 只要我们碰在一起, 我们就互相细心倾听, 不久工程师们的词汇中就渗进了神经生理学家和生理学家的专门名词.

到了进程的这个阶段, 冯 诺依曼博士和我都感到需要召开一次所有对于我们现在叫做控制论的这门科学感到兴趣的人全都参加的会议, 这个会在 1943–1944 年之间的冬末在普林斯顿召开了. 工程师们、生理学家们和数学家们全都有代表参加. Rosenblueth 博士没有可能来参加, 因为他刚刚接受了聘请, 去领导墨西哥国立心脏学研究所的生理研究室, 但是 McCulloch 博士和洛克菲勒研究所的 Lorente 博士代表了生理学家. Aiken 博士也不能来参加; 可是, Goldstine 博士是到会的几位计算机设计者之一, 而冯 诺依曼博士、Pitts 先生和我则是数学家. 生理学家们从他们的观点对控制论问题提出了集体意见, 同样地, 计算机设计者们也提出了他们的方法和目标. 会议后期, 大家都明白到, 在不同领域的工作者之间的确存在着一个实在的共同思想基础, 每一个集体中的人都可以运用已经由别人发展得更为成熟的概念, 必须采取一些步骤来获得共同的词汇.

在相当久以前, Weaver 领导的战争研究团体发表了一个文件, 这个文件起初是秘密的, 后来是半公开的, 它包括了 Bigelow 先生和我关于预测器和滤波器的工作③. 我们发现对于现有的防空火力的条件, 曲线预测的特殊装置的设计并没有被证明是优越的, 但是其原理却被证明是正确的和实用的, 并且被政府用于解决平滑化和与之有关的若干领域的问题. 特别是, 从我们所研究的变分法问题归结出来的这类积分方程, 也出现在波导问题和其他应用数学方面看来有兴趣的问题之中. 于是, 到了战争结束时, 预测理论的观念和通信工程统计处理的观念已经为美国和英国的大部统计学家和通信工程师所熟悉了. 人们也注意到了那份政府文件 (现在已经绝版), 以及 Levinson, Wallman, Daniell, Phillips 和其他等人为了填补这个空白所写④ 的相当数量的说明性文章. 我自己还有一篇写了几年的数学方面的说明性的长文, 把我所完成的工作永久地记载下来. 但是由于一些并不完全由我控制的情况, 这篇文章未能迅速出版. 直到最后, 美国数学会和数理统计研究所 1947 年春在纽约召开了一次联席会议专门从一种密切接近控制论的观点来研究随机过程, 我才把这个已写成的手稿交给伊利诺艾斯大学的 Doob 教授, 换用了他的符号, 并根据

① ENIAC——Electronic Numerical Integrator and Automatic Calculator, 即电子数字积分器和自动计算器. 这是美国第一架电子计算机, 战争期间由费拉德尔非亚的宾夕法尼亚大学为美军军械局制造的. 1946 年 2 月作了第一次公开表演, 以后由在梅里林德的亚伯丁试射场弹道实验室使用. —— 俄译者注

② EDVAC——Electronic Discrete Variable Automatic Computer, 即离散变数的电子自动计算机, 这是宾夕法尼亚大学建造的第二架电子计算机; 是由梅里林德的亚伯丁试射场弹道实验室预订的. —— 俄译者注

③ 维纳在另一书中提到, 这份军事报告是 1942 年 2 月公布的. —— 俄译者注

④ Levinson. *J. Math. and Physics* (M. I. T.), 1947.

他的意见列为美国数学会的数学概览丛书之一①. 我已经把我的一部分工作在麻省理工学院数学系 1945 年夏的一个讲座课程上宣读过. 以后, 我从前的学生和同事李郁荣博士②从中国回来了. 1947 年秋他在麻省理工学院电工系开了一门关于滤波器及其类似装置的新设计方法的课程, 并且计划把这些讲授材料整理成一本书. 与此同时, 那份绝版的政府文件又重印了③.

我已经说过, Rosenblueth 博士大约在 1944 年初回到墨西哥. 1945 年春, 我接到墨西哥数学会要我参加那年 6 月在瓜达拉哈拉召开的一次会议的邀请. 这次邀请是得到科学研究鼓励和协调委员会的赞同的. 这个机构的主持人便是我前面提到过的 Vallarta 先生. Rosenblueth 博士邀请我去共同进行一些研究工作. 国立心脏学研究所及其所长 Chávez 博士盛情地款待了我.

我那时在墨西哥逗留了约十个星期. Rosenblueth 博士和我决定继续研究我们曾经和 Cannon 博士讨论过的那条研究线索. Cannon 有一次在访问 Rosenblueth 的时候, 和他谈到过这个问题. 可惜, 那是一次最后的会晤. 这件工作牵涉到癫痫的强直性收缩、阵挛性收缩和时相性收缩与心脏的强直性痉挛、搏动和纤维性颤动之间的关系. 我们觉得心肌组织是一种应激性组织, 它和神经组织一样, 是可以用来研究传导机制的, 不仅如此, 心肌纤维的吻合与交叉较之神经突触问题是一种比较简单的现象. 我们也深深感谢 Chávez 博士的无条件厚待; 虽然这个研究所从来没有限制 Rosenblueth 博士只能研究心脏的规定, 我们还是乐意能有机会来为这个所的主要任务效劳.

我们的研究采取了两个方向: 二维或多维均匀传导介质中的传导性与潜藏性现象的研究和传导纤维的混乱不定网络的传导性质的统计研究。前者引导我们得到心脏扑动的初步理论, 后者导致对纤维性颤动的某种可能的理解. 我们把这两个方向的工作写成了一篇论文并且发表了④, 虽然在这两个方面, 我们的最初结果还需要再作大量的校正与补充. 关于扑动的工作由麻省理工学院的 Selfridge 先生继续做下去, 而心肌网络中所用的统计技术也被 Pitts 先生推广到处理神经元网络的问题, Pitts 这时已经是领取古根海姆基金会的奖学金的研究生. 实验工作由 Rosenblueth 博士在国立心脏学研究所和墨西哥陆军医学院的 Ramos 博士的协助下继续进行.

---

① 后来编入杜蒲所写的《随机过程》一书中 (Doob J L. *Stochastic Processes*. New York-London: Wiley-Chapman & Hall, 1953. 有俄译本: Дуб Дж. Л., Вероятностый процессы, М., ИЛ, 1956). 在该书序言中杜蒲指出有关线性预测的第十二章是在维纳的帮助下写成的. —— 俄译者注

② Lee Y W (李郁荣). *J. Math. and Physics* (M. I. T.), 1932.

③ 维纳此处所指的是他的 "平稳时间序列的外推, 内插和平滑化" 一书的结论, *Extrapolation, Interpolation and Smothing of Stationary Time Series*. New York—Chapman & Hall, London: Technology Press of M. I. T.—John Wiley & Son, 1949. 在此书的序言中维纳提到前苏联数学家 Kolmogoroff A H 和科佐廖叶娃 Π A 的工作. —— 俄译者注

④ Wiener N, Rosenblueth A. Conduction of Impulses in Cardine Muscle. *Arch. Inst. Cardiol Mex.*, 16; 205; 265.

在墨西哥数学会的瓜达拉拉哈拉会议上, Rosenblueth 博士和我报告了我们的一些研究结果. 我们已经得到这样的结论：我们早先的合作计划已经证明是实际可行的. 我们十分幸运能有机会把我们的结果报告给这样多的听众. 1946 年春天, McCulloch 博士与梅氏基金会商定在纽约首次召开一系列专门讨论反馈问题的会议. 这些会议按照传统的方式召开, 是由 Fremont-Smith 博士极为有效地加以筹划的, 他代表基金会来组织这些会议. 会议集合了一个规模适度的 (不超过二十人) 在各个有关领域中的工作者的集体, 他们一连两天在一起, 一天到晚就是非正式地宣读论文、讨论、吃饭, 毫不停歇, 直到他们消除了相互的分歧, 并且能够更好地顺着同一路线去思索为止. 会议的核心就是 1944 年在普林斯顿聚会过的那个集体, 但是 McCulloch 和 Fremont-Smith 博士正确地看到了这个主题在心理学和社会学方面的运用, 因此又邀请了一些著名的心理学家, 社会学家和人类学家参加到这个集体中来. 把心理学家吸收进来的必要性, 从一开头便很明显了. 研究神经系统的人不能忘记心理, 研究心理的人也不能忘记神经系统. 过去大多数心理学实际上不过是特殊感觉器官的生理学, 控制论引到心理学中去的观念全都是牵涉到与这些特殊感觉器官相联系的高度特殊化的皮质区域的生理学和解剖学的. 从一开始起, 我们就预料到, 对于格式塔[①]的感知的问题, 也就是关于完形感知的形成问题, 将会被证明是属于这种性质的. 我们把一个方形认作方形, 不管它的位置、大小和指向, 其机制是怎样的呢? 芝加哥大学的 Klüver 教授、已故的麻省理工学院的 Lewin 博士和纽约的 Ericsson 博士这些心理学家帮助了我们来研究这些问题, 也把我们的概念对心理学有些什么用处和帮助告诉了心理学家.

至于说到社会学和人类学, 十分明显, 信息和通信作为组织化机制不但对于个体是重要的而且对于集体也是重要的. 对于像蚂蚁这样的社会团体, 如果对他们的通信方法没有透彻的研究, 是完全不可能理解的. 我们很幸运, 在这方面得到了 Schneirla 博士的帮助. 关于人类组织的类似问题, 我们从人类学家 Bateson 和 Mead 博士那里得到了帮助; 而高级研究所的 Morgenstern 博士则是我们在属于经济理论的社会组织这个重要领域中的顾问. 顺便说一说, 他和冯　诺依曼合写的关于博弈论的非常重要的著作是用同控制论的主题密切有关但又有区别的方法的观点来研究社会组织的一部非常有趣味的著作[②]. Lewin 博士等的新的研究工作是关于舆论分析的理论和关于制造舆论的实践问题, Northrup 博士则对阐明我们的工作的哲学意义感到兴趣.

这还不是我们这个集体的全部名单. 我们还把这个集体扩大到包括更多的工

① 格式塔 (Gestalt)—— 完形, 所谓 “完形心理学” 的专门名词. —— 俄译者注

② 指的是冯　诺依曼, Morgenstern 的《博弈论和经济行为》一书 (von Neumann J, Morgenstern O. *Theory of Games and Economic Behaviour*, Princeton University Press, 1943(Ist ed.); 1947(2nd ed.)—— 俄译者注

程师和数学家如 Bigelow 和 Savage, 更多的神经解剖学家和神经生理学家如 von Bonin 和 Lloyd. 我们在 1946 年春天召开的第一次会议上所讲的内容, 主要包括参加普林斯顿会议的人宣读的启发性的论文, 以及所有到会的人对于这个领域的重要性的一般评价. 会议感到, 控制论所包含的思想对于与会的人十分重要和有趣, 值得以后每隔六个月就继续举行一次; 而在举行下一次全体会议之前, 应该为那些数学训练较少的人开一次小会, 用尽可能简明的语言向他们阐明有关的数学概念的性质.

1946 年夏天, 我回到墨西哥, 在洛克菲勒基金会的支持和国立心脏学研究所的款待下, 继续进行 Rosenblueth 博士和我的共同工作. 这次我们决定选取一个直接涉及反馈主题的神经问题, 看看我们到底能从实验方面做些什么. 我们选定猫作实验动物, 选定股四头肌作为进行研究的肌肉. 我们切断肌附着, 把肌肉固定到一个已知张力的杠杆上, 然后记录其等长或等张收缩. 我们又用了一个示波器来记录肌肉自身中同时发生的电变化. 我们主要用猫作实验, 先在醚麻醉下截除大脑, 然后作脊髓的胸部横切. 在许多情况下, 还使用了马钱子素以加强反射反应. 我们使肌肉载荷到这样的程度, 这时, 一次轻叩就会使它进入周期性收缩, 这在生理学家的语汇中叫做阵挛. 我们观察了收缩的式样, 注意到了猫的生理条件, 肌肉上的载荷, 振动的频率, 引起振动的基本能级及其振幅. 我们试图像分析一个表现出同一振动式样的力学或电学系统那样来分析上述系统. 我们运用了, 例如, MacColl 讨论伺服系统一书上的方法. 这里不是讨论我们的结果的充分意义的地方, 这些结果我们正在重作并准备写出来发表. 无论如何, 下面的说法或是已经成立或者是非常可能成立的: 阵挛性振动的频率对于载荷条件的改变, 远不如我们所设想的那样灵敏; 它几乎完全是由传出神经–肌肉–运动终体–传入神经–中枢突触–传出神经的封闭弧的常数所决定, 而不是由其他东西决定的. 如果我们把传出神经每秒传送的冲动数作为线性的底, 那么, 这个线路甚至从一级近似来说也不是一个线性运算器的线路, 但是如果我们用冲动数的对数作底, 那么这个线路就很接近于线性运算器的线路了. 这与传出神经刺激的包络线的形状并不近乎正弦波形, 而这个曲线的对数却相当近乎正弦波形的事实是相符的; 而在具有恒定能级的线性振动系统中, 刺激曲线的形状除了那些概率为零的情况以外, 都必须是正弦波形的. 此外, 兴奋和抑制的概念, 在性质上更接近于乘法而不是加法. 例如, 一个完全的抑制等于乘上零, 部分的抑制等于乘上一个小量. 兴奋与抑制的概念已经用到讨论反射弧上去了[①]. 更有意思的是, 突触是一个符合记录器, 只有在一个很小的总合时间内传入冲动数目超过某一定阈时传出纤维才能被激发. 如果这个阈和传入冲动[②]的总数比

① 墨西哥国立心脏学研究所的关于阵挛的未发表的论文.

② 原文为传入突触 (incoming synapse), 俄译本改为传入信号 (входных сигналов), 看来原文可能有误, 为与前句连接改译为 “传入冲动”. —— 中译者注

较起来足够低的话, 那么突触机构就起乘上一个概率的作用, 因而它只有在一个对数系统里才可能近似地成为一线性的元件. 突触机构的这种近似的对数性质肯定是与 Weber-Fechner 的感觉强度定理的近似对数性质有联系的, 虽然这个定理仅仅是第一级的近似.

最重要之点在于, 以对数为底. 根据从单个冲动通过神经肌肉弧的各个元件的传导中得到的数据, 我们就能够用伺服工程中求一稳定状态被破坏的反馈系统的搜索振动的频率的方法, 得出关于阵挛振动的实际周期的很好的近似结果. 我们得到每秒约 13.9 次的理论振动值, 而观察到的振动频率, 变化于 7 到 30 之间, 不过一般的变化是保持在 12 到 17 之间的范围内. 在此情况下, 这种符合是很不错的.

阵挛的频率并不是我们可以观察的唯一重要现象：基础张力还有相对缓慢的变化, 而振幅也有更为缓慢的变化. 这些现象肯定地绝不是线性的. 虽然如此, 如果线性振动系统的常数变化得足够缓慢, 那么, 作为第一级近似, 就可以假定常数的变化是无限地缓慢的, 而这样在系统振动的每一段时间内, 都可以把系统的运动看作是参数不变的线性振动系统的运动. 这就是在物理学其他分支中叫做久期微扰的方法. 这个方法可以用来研究阵挛的基本能级和振幅的问题. 这件工作现在虽然还没有完成, 但已经清楚地看出, 这个方法既是可能的也是有希望的. 还有这样一个强烈的启发：虽然在阵挛时主弧也同步地在动作, 因而证明主弧是一个二神经元的弧, 这个弧上冲动的增强在一点也许在更多点上仍然是可变的. 还有, 这种增强的某部分可以为缓慢的多神经元过程所影响, 这些过程发生在中枢神经系统中, 而中枢神经系统较之对阵挛作首先的同步反应的脊髓连锁说来, 是处在更高的地位. 这种可变的增强可以受中枢一般程度的活动的影响, 受马钱子素或麻醉剂的使用的影响, 受去除大脑以及其他许多原因的影响.

Rosenblueth 和我把这些主要研究成果带到了 1946 年秋梅氏基金会主办的会议上以及同时由纽约科学院召开的为了向更多的人宣传控制论观念的一次会议上去, 虽然我们为自己的成果感到高兴, 并且深信顺着这个方向进行的工作一般是可以实行的, 可是我们仍然感到共同工作的时间过于短促, 感到我们的工作是在急于发表的过大的压力下完成的, 没有作进一步的实验证实. 1947 年的夏天和秋天, 我们着手寻求这样的证实 —— 它自然可能近乎一种反驳.

洛克菲勒基金会早已应允 Rosenblueth 博士给他在国立心脏研究所装备一座新的实验室. 我们感到现在时机已经成熟, 应该联名向负责物理科学部的 Weaver 博士和负责医学科学部的 Morison 博士请求为我们建立长时间科学合作的基础, 以便用更加从容和良好的步伐来实现我们的计划. 我们各人的工作机关对这件事都给予了热情的支持. 在谈判时麻省理工学院理科部主任 Harrison 博士是理工学院方面的首席代表, Chávez 博士则代表国立心脏学研究所. 在谈判中确定, 联合活动的实验中心应当在心脏学研究所. 这是为了避免实验设备的重复, 也是为了照顾洛

克菲勒基金会在拉丁美洲建立科学中心的强烈愿望. 最后定下的计划为期五年, 这五年中我每隔一年应当到心脏所去六个月, 而 Rosenblueth 博士则应在另外的那些年里到理工学院来六个月. 在心脏所的六个月用来获得和解释有关控制论的实验数据, 而其余年份则用来作更带理论性的研究, 特别是给愿意进入这个新的领域的人制订一个训练大纲, 这是一个非常困难的问题, 因为这个训练大纲, 一方面要使他们能够获得必要的关于数学、物理学和工程学的基础, 另一方面又要获得生物学、心理学和医学技术的专门知识.

1947 年春 McCulloch 博士和 Pitts 先生做了一件在控制论方面有很大意义的工作. McCulloch 博士接受了设计一种帮助盲人用耳代目阅读印刷品的装置的任务. 通过光电池的作用来产生各种音调, 这类方法是早已有历史的了, 这可以用无数方法来实现; 困难之点在于要使得只要给出文字的式样, 不管文字的大小多么不同, 声音的式样却要是一样的. 这与形状的知觉, 格式塔的知觉的问题十分类似, 形状的知觉使人把方形认作方形, 不管方形的大小和所朝的方向有多大变化. McCulloch 博士的机器包括一个对不同大小的印刷字体的选择诵读器. 这种选择诵读可以作为一个扫描过程来自动实现. 这种扫描能够把一个形象和另一个大小与它不同的标准形象作比较, 这就是我在梅氏基金会召开的一次会议上提到过的一种装置. 这个选择诵读器的装置图引起了 von Bonin 博士的注意, 他立刻问道:“这是不是一张大脑视觉皮质第四层的图?” 受到这个启发后, McCulloch 博士在 Pitts 先生的帮助下创造了一个把视觉皮质的解剖学和生理学联系起来的学说. 在这个学说中, 经过一组变换的扫描的动作, 起了重要的作用. 这个成果在 1947 年春天梅氏基金会召开的会议和纽约科学院的会议上报告了. 最后, 这个扫描过程有一个特定的周期时间, 它相当于普通电视中的所谓 “扫描时间”. 关于根据运转一周所必需的相连突触的长度来判断这个周期时间, 存在有各种解剖学上的解释. 这些解释得出了动作一周所需的完全运转的时间, 其数量级约为十分之一秒, 而这接近于大脑的所谓 “α 律” 的周期. 最后, 根据其他证据, 我们已经推测到 α 律视觉产生的根源, 在形状知觉过程中很为重要.

1947 年春天, 我接到邀请要我参加在法国南锡举行的讨论调和分析问题的数学会议. 我接受了邀请. 往返途中, 我在英国停留了总共三个星期的时间, 主要是作为我的老友 Haldane 教授的客人. 我得到了一个极好的机会去会晤许多研究快速计算机的人, 特别是在曼彻斯特和在德丁顿国立物理研究室工作的人, 更重要的是和德丁顿的图灵讨论了控制论的基本思想. 我也拜访了剑桥的心理研究室, 得到了一个很好的机会来讨论 Bartlett 教授及其同事们正在进行的关于牵连到人的控制过程中, 人的因素的研究工作. 我发觉, 对于控制论的兴趣, 在英国和在美国一样, 也是很大而且很有素养的, 他们在工程方面的工作做得很出色, 虽然不免受到经费较少的限制. 我发现人们对于控制论在各个方面的可能性有着很大兴趣和了

解, Haldane, Levy 和 Bernal 教授认为它是科学和科学的哲学的日程上最紧急的问题. 可是在统一目标和把各种研究线索联成一气方面, 我却没有看到很多的进展, 不像我们在美国做到的那样.

法国 Nancy 的关于调和分析的会议包括了许多篇把统计观念和从通信工程中来的观念联系起来的论文, 联系的方式与控制论的观点完全一致. 这里我必须特别提出 Blanc-Lapierre 和 Loève 的名字. 我也看到了数学家、生理学家和物理化学家对于这门学科的浓厚兴趣, 特别是关于其热力学的方面, 因为这些方面涉及生命自身性质的更一般的问题. 在我动身以前, 我曾经在波士顿和一位匈牙利生物化学家 Szent-Györgyi 教授讨论过这个问题, 并且发现他的观念和我一致.

我在法国逗留期间, 有一个黄昏特别值得在这里提一提, 我的麻省理工学院的同事 Santillana 教授把我介绍给赫曼书店的 Freymann, 他要求出版我这本书. 我特别高兴接受他的约请, 因为 Freymann 是一个墨西哥人, 而这本书的写作以及促成写这本书的大部分研究, 都是在墨西哥进行的.

我已经提到, 梅氏基金会主办的会议上提出的许多观念隐隐指出了一个工作方向, 即是关于社会系统中的通信概念和通信技术的重要性. 毫无疑问, 社会系统是一个像个体那样的组织, 它是由一个通信系统联结在一起的, 它也有它的动力学, 其中具有反馈性质的循环过程起着重要的作用. 在人类学和社会学的一般领域中是如此, 在更专门的经济学领域中也是如此, 我提到过的冯　诺依曼和 Morgenstern 吞关于博弈论的十分重要的工作, 便进入了这个思想领域. 在这个基础上, Bateson 和 Mead 两位博士考虑到现在这个混乱时代里社会和经济问题的急迫性, 曾经怂恿我用大部分精力去讨论控制论的这一个侧面.

虽然我十分同情他们对于目前局势的迫切性的看法, 虽然我十分希望他们和其他有资格的人士来研究这类我将在这本书最末一章讨论到的问题[①], 但我仍然既不能同意他们认为我应该首先注意这个领域的看法, 也不能同意他们认为在这方面能够获得相当进展从而对目前的社会病症能够产生多少治疗效果的看法. 首先, 这是因为影响社会的主要的量并不都是统计的量, 就是那些统计的量, 它们所凭借的统计游程也过于短暂. 把 Bassemer 炼钢法使用以前和以后的钢铁工业的经济学总括在一起是没有多大用处的, 把产生汽车工业和马来亚人工种植三叶胶以前和以后的橡胶生产的统计加以比较也是如此. 把发明六 0 六以前和以后两个时期的性病事件统计在一张表里, 也没有任何重要用处, 除非用来研究这种药物的效力. 要得到一个有用的社会统计, 就需要处于基本上稳定的条件下的长久的统计游程, 正如精密的光学鉴别需要有大孔径的透镜一样. 透镜的有效孔径并不因其名义上的孔径

① 维纳在《人应该像人那样来使用, 控制论与社会》一书中也谈到这个问题. (Wiener N. *The Human Use of Human Beings, Cybernetics and Society.* London: Eyre and Spottiswood, Ist ed. 1950; 2nd ed., 1954. 俄译本: Винер Н.,“Кибернетика и общество”. М., ИЛ. 1958). —— 俄译者注

的增大而相应地增大, 除非透镜是由非常均匀的材料做成, 能使光在透镜不同部分中的延迟与原来设计的理论值不符合的程度比一个波长的一小部分还要小. 同样, 在变化很多的条件下的长久统计游程的益处是有名无实的. 因此, 人文科学并不是这种新数学技术的很好的试验场所：正如我们将气体统计力学用来研究一个分子大小的事物那样不好, 因为我们从大处着眼而加以忽略的涨落, 这时却成为最重要的事情了. 而且, 在缺乏可靠的标准的计算技术的情况下, 对于各种社会学、人类学和经济学的量的估计, 行家的判断因素是如此重要, 以至一个还没有大量经验尚未成为行家的新手简直毫无用武之地. 顺便我还要提到, 小样品理论的现代工具, 一旦越出了只由它自身的特定参数的所决定的范围, 而变成为一个新情况下的真正的统计推论时, 就不能使我对它有任何信赖, 除非它是由这样一个统计学家来运用, 他能够清楚地了解到情况的动力学上的主要因素, 或者隐约地感到它.

我上面讲到了这样一个领域, 在这个领域里, 由于了解到我们希望得到的数据不能充分得到, 所以我们对控制论的期望肯定地受到了抑制. 另外还有两个领域, 我极其希望能够借助于控制论的概念获得某些实际的成果, 但这个希望的实现还有待于将来的发展. 其中之一是断掉的或瘫痪了的肢体的修复术. 我们在讨论格式塔时已经看到, 通信工程的观念已被 McCulloch 用来研究失去的感觉的替代问题, 即制造一种能够帮助盲人用听觉来读书的工具的问题. 在这里, McCulloch 建议的工具不仅能十分明显地代替眼睛的某些功能, 而且还能代替视觉皮质的某些功能. 在人造肢体方面, 也有着获得某些类似成果的明显的可能性. 一段肢体的丧失, 不仅意味着失去这段肢体对身体的纯粹被动的支持, 或者说, 失去它作为残肢的机械延伸的价值, 以及失去了这段肢体上的肌肉的收缩力, 而且也意味着失去了来自这段肢体的皮肤感觉和运动感觉. 前两种损失正是现在人造肢体制造者所企图弥补的, 后一种损失则远在他们考虑的范围之外. 如果是简单的假足, 这些感觉并不重要：代替失去肢体的那根棍子本身不能作任何自由动作, 残体的运动机构完全足以报告它自己的位置和速度. 但病人靠残留的筋肉作用举起一只带有活动膝头和踝骨的假肢向前走时, 情况就不同了. 他得不到关于肢体位置和运动的足够的报告, 这就影响了他在不规则地面上行走时步伐的准确性. 看来, 给人造脚的骨关节和脚底装上应力计或压力计并没有任何不可克服的困难, 这种仪表可用电的方法或其他方法, 例如用振动器, 把结果记录在完好的皮肤上. 现在的人造肢体消除了由截除而来的某些瘫痪, 但由运动失调而来的瘫痪则未能消除. 如果使用了专门的感受器, 则这种运动失调的大部分将同样消失, 病人将能学会我们大家在开车时使用的那些反射, 他也能用更为准确的步伐行走. 我们谈的关于下肢的一切, 对于上肢也都能适用, 甚至更为适用. 神经学书籍读者们全都熟悉的人体模型表明, 单独截除姆指所引起的感觉丧失, 甚至比截除体关节所引起的感觉丧失要大得多.

我已经设法把这些考虑报告给有关当局, 但迄今为止在这方面我还不能获得很

多成果. 我不知道是不是这些想法已从别的来源提出过, 或者人们已经试验过这种想法并发现在技术上是不能实现. 如果人们还没有得到一个真正实际可行的结果, 他们在不久的将来就会得到的.

现在我们来讨论我相信值得注意的另一点. 很久以来我就明白, 现代超速计算机在原理上是自动控制装置的理想的中枢神经系统; 并且它的输入和输出不是必需采取数字和图样的形式, 也可以分别利用像光电池和温度计这样的人造感觉器官的读数, 以及马达或螺线管的运动情况. 利用应力计或类似的仪器读出这些运动器官的运动情况, 并把它当作人造的运动感觉去报告, 去 "反馈" 给中枢控制系统, 这样我们就能够制造出具有几乎是任何精巧程度的性能的人工机器了. 在长崎事件和社会公众知道原子弹以前很久, 我就认识到我们已面临着一个在为善和作恶两方面都有空前重要性的社会力量. 自动工厂、无人管理的装配线已经在望, 它的实现只是决定于我们是否愿意使用如同在第二次世界大战中发展雷达技术时所花费过的那样大的力量[①].

我已经说过, 这个新的发展对于为善与作恶, 都有无穷的可能性. 例如, 只说一件事, 它使得 Butler[②] 所幻想的机器的暗中统治成为最直接、最明显的问题. 它给人类以许多新的极为有效的机器奴隶来进行人类的劳动. 这种机器劳动最具有奴隶劳动的经济性质, 虽然与奴隶劳动不同, 它并不包含直接的人身虐待的恶劣后果. 可是, 任何劳动, 只要接受了与奴隶劳动竞争的条件, 也就是接受了奴隶劳动的条件, 它在本质上就是奴隶劳动. 这句话的关键字眼是竞争. 由于使用机器而免除了繁重的不愉快的工作的需要, 这也许是一件好事, 也许不是, 我不知道. 我们不能用市场上的术语, 根据所节约的金钱便断定这些新的潜力是好的; 这完全是所谓 "第五自由" 的公开市场的术语, 它已经成为由美国制造商协会和星期六晚邮报所代表的那部分美国舆论的国籍鉴别语. 我说美国舆论, 因为作为一个美国人, 我最了解它, 但是商人是不承认国界的.

也许我可以澄清一下目前局势的历史背景. 如果我说, 第一次工业革命是革 "阴暗的魔鬼的磨房"[③] 的命, 是人手由于和机器竞争而贬值; 如果使用铲和镐的美国掘土工同一台也可以算作掘土工的汽铲竞争, 他的工资将低至无可再低, 以致不能活下去; 那么现在的工业革命便在于人脑的贬值, 至少人脑所起的较简单的较具有常规性质的判断作用将要贬值. 当然, 正如第一次工业革命在某种程度上留下了熟练的木匠、熟练的机器匠、熟练的成衣匠一样, 第二次工业革命也会留下熟练科

① Fortune, 32, 139-147(October); 163-169(November, 1945).

② 19 世纪英国作家,《爱理翁》(Erewhon) 和《重游爱理翁》(Erewhon Revisited) 两书的作者 Butler 曾提及此, 在他的书中描写一虚构的爱理翁国家, 因为机器害多于利而废除了机器. 见Мортон А. Л., "英国的乌托邦"("Английская Утопия". М. ИЛ. 1956, гл. V, §3).—— 俄译者注

③ 此句出自英国艺术家和诗人布列依卡的诗, 布列依卡是 19 世纪初工业革命时的人, 他在自己的乌托邦著作中指责工业革命的各种缺点 (见Мортон А. Л. "英国的乌托邦" гл. V §1). —— 俄译者注

学家和熟练的行政人员. 然而假如第二次工业革命已经完成, 具有中等学术能力水平或更差一些的人将会没有任何值得别人花钱来买的可以出卖的东西了.

答案自然是要求建立一个以人的价值为基础而不是以买卖为基础的社会. 要达到这个社会, 我们还需要大量的筹谋和奋斗. 如果万事如意, 那自然合乎理想, 否则, 谁知道呢? 因此, 我感到有责任把我对于这个局势的知识和理解告诉积极关心劳动的条件和前途的那些人 —— 即告诉劳工联合会.

我曾经和产业组织协会的一两个高级人士接触过, 他们非常明智而关注地倾听了我的意见. 但是无论是我或者他们中的任何个人都不能进一步有所作为. 根据他们的意见 (这意见和我先前在美国和英国观察和了解的相同)：劳工联合会和劳工运动掌握在一群有很大局限性的人们手中, 他们在行会小组活动和工资与工作条件争论的专门问题方面有极好的训练, 但完全无能参与更大的政治、技术、社会和经济的问题, 而这些问题正是牵涉到劳工本身的存在的. 造成这种情况的理由很容易看出来：劳工联合会的干部一般都是从紧张的工人生活走到紧张的行政人员生活, 没有任何机会获得更广泛的训练; 而对于有过这种训练的人, 工会生涯一般又不是很有引诱力的; 而且很自然, 这样的人, 工会也不是乐意接受的.

我们这些对于控制论这个新的科学有所贡献的人, 因此都处在一个道义的位置上, 这个位置, 至少是不很安适的. 我们促进了一个新的科学的发轫, 这门新科学, 我已经说过, 包含着这样的技术发展, 它具有为善和作恶的巨大可能性. 我们只能把它交给我们在其中生存的这个世界, 而这就是德国贝尔森集中营和广岛的世界. 我们甚至无法制止这些新技术的发展. 它们属于这个时代. 我们中间任何人所能做的最高限度, 是制止把这方面的发展交到那些最不负责任和最唯利是图的工程师的手中去. 我们最多只能指望广大公众了解目前这项工作的趋势与方向, 把我们个人的努力限制在诸如生理学和心理学这样的远离战争和剥削的领域里. 我们已经看到, 有这样的一些人, 他们希望, 从控制论得到的对人和社会的更深刻的理解的这一好处, 将能预料并胜过控制论对权力集中方面所起的偶然的作用 (权力, 由于其存在条件本身, 常常集中在最鲁莽的人的手中). 我是在 1947 年写这些话的, 我不得不说, 这是一个非常微小的希望.

作者在这里表示他对 Pitts 先生、Selfridge 先生、Dubé 先生和 Webster 先生的感谢, 感谢他们替我校正手稿和准备付印的材料.

于国立心脏学研究所
墨西哥 Ciudad 1947 年 11 月

第一章　牛顿时间和 Bergson 时间

有一首德国儿童都很熟悉的短歌, 歌词如下：

“Weisst wie viele Sterne Stehen
In dem blauen Himmelszelt?
Weisst, wie viele Wolken gehen
Weit hinüber alle Welt?
Gott der Herr hat sie gezählet
Dass ihm auch nicht eines fehle
Von der ganzen grossen Zahl”.

这首短歌的意思是：“你知道有多少星星位于蓝色的天空? 你知道有多少云朵飘浮过大地? 上帝对它们作过清点, 数字虽然巨大, 可是一无遗漏.”

这首短歌对于哲学家和科学史家是一个有趣的论题. 歌词里并举了天文和气象两门科学：它们的共同点, 就是同样都以我们头上的天空作为研究的对象; 但除此以外, 它们在任何方面都是极其不同的. 天文学是最古老的科学, 而气象学却是那些刚刚够格的最年轻的科学之一. 多少世纪以来, 人们就能够预测比较常见的天文现象; 但是, 要精确地预测明天的天气, 一般是不容易的, 许多地方的确做得非常粗糙.

回头来看这首短歌. 对于歌中提出的第一个问题, 答案是：在一定条件下, 我们就能够知道星体的数目. 这首先因为, 除了若干双星和变星稍微具有不确定性外, 每颗星都是一个确定的对象, 极其便于计算和编目. 如果人制的星表 (durchmusterung)—— 我们这样地来称呼星的目录 —— 没有把某一等级以下的星体包括在星表里的话, 那么, 在神的灵智中收录的星星一定要多得多, 这样的观念对我们说来并不算是太荒诞的.

但是, 如果你请气象学家给你一个类似的云表, 那他会当面笑话你, 或者向你耐心解释说：在气象学的全部话汇中, 根本找不到似乎永远就是那样一朵的那种云朵; 即便有的话, 他既没有办法计算, 也没有计算的兴趣. 一个有拓扑学偏好的气象学家, 也许会把一朵云定义为空间的某种连通区域, 在这个区域中, 处在固态或液态的水, 其容量密度超过了一定值. 然而, 这个定义对任何人都没有用处, 它至多描写了一个极端短暂的状态. 气象学家真正关心的是这样一类的统计资料：“波士顿, 1950 年 1 月 17 日, 云量 38%, 卷积云.”

诚然, 天文学中有一个被称作宇宙气象学的分支, 像 Chandrasekhar 所研究的是银河系、星云、星团和它们的统计规律; 但是这个分支在天文学中非常年轻, 比气象学自身还要年轻, 而且是某种不合乎古典天文学传统的东西. 古典天文学, 按照传统, 除了纯粹分类和编制星表这些工作外, 着重研究太阳系, 而不是恒星世界. 它是太阳系的天文学, 它主要是同哥白尼、开普勒、伽利略、牛顿等人的名字联在一起的. 近代物理学是由它哺养长大的.

这实在是一门合乎理想的单纯的科学. 在任何一种动力学理论出现以前, 甚至远溯到巴比伦时代, 人们就已经知道, 在过去和未来若干年代中日蚀都是在可预测的周期中出现的. 人们还发现, 根据星体的运动可以比任何其他方法更好地测定时间. 太阳系中发生的一切事件的模型, 都像是一个轮子或几个轮子在转动, 这不论是在托勒密的本轮说中, 或是哥白尼的轨道说中都是如此, 而且在这些学说的任何一种中, 未来总是以某种形式重复着过去. 天体的音乐是一种巴林觉密 (palindrome)①, 天文历书顺读和倒读都是一样的. 除了初始位置和方向外, 顺转和逆转的两个太阳仪之间的运动没有任何差别. 最后, 当这一切被牛顿归结为一组抽象的公设并推演出一门严格的力学的时候, 这种力学的基本定律不因时间变数 t 变为它的负数而改变.

因此, 假如把一部行星运动的电影片的放映速度加快, 使得我们可以感觉到行星的运动, 同时倒转过来放映, 那么它还是符合于牛顿力学的一种可能的行星运动状态. 但是, 假如把一部关于雷暴云中云乱流的电影片倒转过来放映, 那么一切都不对头了. 应当看到上升气流的地方却看到了下降气流, 云气不是在结集而是在疏散, 闪电反而出现在云朵发生变化之先, 以及无数其他奇怪现象.

天文学和气象学所以这样不同, 特别是天文学时间显然是可逆的, 而气象学时间显然是不可逆的, 其原因在哪里呢? 首先, 气象学系统是由数目极多而大小几乎相等的质点构成的, 其中有些质点彼此有非常紧密耦合的相互关系; 而以太阳系为中心的天文系统则情况相反, 它只包括数目比较小而大小又极为悬殊的一些质点, 这些质点彼此间的联系十分松弛, 以致第二次的耦合效应不会影响我们观测的基本情况, 而更高次的耦合效应则可以全部略去. 行星是在少数几种力支配的条件下运动的, 这种孤立的程度比之实验室中进行的任何物理实验还要彻底得多. 和行星之间的距离相比较, 行星乃至太阳差不多就是质点. 从它们的弹性形变与塑性形变来看, 行星差不多就是刚体, 即使不是这样, 无论如何, 当我们考察它们中心的相对运动的时候, 它们的内力是比较不重要的. 在行星运动的空间中, 几乎完全没有什么阻碍物; 在研究行星相互吸引的时候, 可以认为它们的质量差不多集中在中心上而且是不变的. 万有引力定律和平方反比定律之间的分歧非常之小. 我们对太阳系

① palindrome(希腊字), 指词和句子当把它们从后往前读时, 仍保持原义, 如 “комок” “рог гор”. —— 俄译者注

中各个星体的位置、速度和质量在任何时候都是十分清楚的; 如果要计算它们的未来和过去的位置, 细节上虽然有困难, 但原则上是容易的, 计算的结果也是正确的. 然而, 在气象学方面, 我们涉及的质点, 数目这么多, 要准确记录它们的初始位置和初始速度是绝对不可能的; 即使真的做出这种记录, 也算出它们未来的位置和速度, 我们得到的无非是一堆乱七八糟的数字, 要想使它有任何用处, 还得从根本上重新加以解释. 所谓 "云"、"温度"、"乱流" 等等术语都不是指的个别的物理状态, 而是指的许多可能状态 (虽则成为现实的只是其中的一个状态) 的分布. 如果我们同时记下全世界气象站的全部测量结果, 按照牛顿观点去看, 它们还是不能提供说明大气实际状况所必需的数据的亿万分之一. 它们只能提供和千变万化的大气运动状态相一致的某些常数. 顶多再提供一些先验的假定, 这些假定能够对一系列可能的大气状态提出它们的概率分布, 也就是抽出它们的测度. 运用牛顿定律或任何其他因果体系, 我们对未来任何时刻所能做的预测只是系统中若干常数的概率分布, 甚至这种可预测性还会随着时间的增长而消失.

即使在时间完全可逆的牛顿系统中, 当回答概率和预测问题的时候也要发生过去和未来之间不对称的情况, 因为这类问题本身就是不对称的. 假如我来安排一个物理实验, 使得我所考察的物理系统从过去阶段进入现在阶段, 我把某些量固定下来, 我有理由去假定另一些量具有已知的统计分布, 然后我来观测一定时间后各项结果的统计分布. 这不是一个能够逆转过来进行的过程. 如果要使它能够逆转过来进行, 那就必须选出系统的一个适当分布, 使系统不受我们的干涉自己就会进入某种统计限界内, 同时还必须找到为实现这个分布, 在一定时间以前的先决条件. 但是, 从未知的位置出发而会进入任何严格规定的统计范围中去的系统, 就像奇迹一样难找, 我们的实验技术当然不能建立在等待和计算奇迹的基础上面. 总之, 我们是受时间支配的, 我们跟未来的关系和我们跟过去的关系并不相同. 我们的一切问题都被这种不对称性制约着, 我们对这些问题的全部答案也同样受着这种约束.

在谈到天体物理学时间的时候, 发生了一个非常有趣的关于时间方向性的天文学问题. 在天体物理学中, 我们是以一次观测来观察远距离天体的; 这种实验按其性质来说似乎不是单向性的. 那么根据地球上实验观测而建立起来的单向的热力学为什么会在天体物理学的研究上对我们有那么大的用处呢? 答案是有趣的, 但是不太简单. 我们观测星体是借助于被观测对象发射出来的并被我们知觉到的光、射线或质点的作用. 我们的眼睛能够知觉射进来的光, 但不能知觉射出去的光, 或者说, 至少我们不能用一种像知觉射进来的光那样简单而直接的实验来知觉射出去的光. 在知觉射进来的光的时候, 我们用眼睛或底片来接受. 我们接受影象的条件是使眼睛和底片在前一段时候处于隔离状态: 我们先使眼睛处于黑暗中, 是为了消除正在过去的影象的痕迹; 我们要把底片用黑纸包起来, 是为了防止漏光. 很清楚, 只有这样的眼睛和底片对我们才有用处. 假如老是只看到已经过去了的影象, 那么我

们就等于瞎子; 假如在使用底片以后才把它用黑纸包起来, 在使用之前就把它拿去冲洗, 那就没法摄影了. 正因为这样, 我们才能看到那些向着我们和全宇宙放射光芒的星体; 但如果还有一些星体是往相反方向进化的话, 它们也会从整个天空吸引辐射, 这种吸引, 即使吸引的是我们地球的辐射, 我们也是无法觉察的, 因为我们知道的只是我们的过去, 不是我们的未来. 因此, 我们看得到的这一部分宇宙, 就辐射的发射而言, 它的过去 – 未来关系一定和我们的过去 – 未来关系相一致. 我们看到一颗星这件事实就是意味着这颗星的热力学和我们的热力学相似.

的确, 幻想一个理智动物, 其时间方向和我们相反, 是一个非常有趣的智力实验. 这个动物和我们之间的一切通信都是不可能的. 他发出的任何信号到达我们这里的时候, 逻辑的顺序改变了：在他看来是结果的部分, 在我们看来却是原因. 这些原因应该都在我们的经验中出现过, 我们很自然地就用它来解释他的信号, 并不去设想这是由一个有理智的动物发来的. 如果他给我们画一个正方形, 我们一定会把他的最后几笔看成是最前的几笔, 而且他所画的正方形, 在我们看来, 就好像是这些笔迹的奇怪的结晶 (这总是可以解释清楚的). 这个图形的意义是那么出人意外, 就像我们把一个人的面孔看作高山悬崖了. 这种正方形的画法对我们说来成了一种突然的变动, 由于这种突然的变动①, 正方形不存在了. 这的确很突然, 但用自然定律还是可以作出解释的. 我们的对方对我们也会有完全类似的想法. 能够和我们通信的任何世界, 其时间方向和我们相同.

再来比较一下牛顿天文学和气象学的不同之点：有很多科学处在中间地位, 但比较起来, 大多数更像气象学. 甚至天文学自身, 如上所述, 也有宇宙气象学这一分支. 天文学还包括了乔治 · 达尔文爵士所研究的极其重要的领域, 叫做潮汐进化论. 我们曾经讲过, 太阳和行星的相对运动可以看作刚体的运动, 但是实际情况不完全这样. 譬如说, 地球几乎是被海洋包围着的. 比地球中心近于月球的那一部分水要比那一部分陆地更为强烈地受到月球的吸引, 而在另一半球则情况相反. 这一比较微小的效应使水形成两个波峰, 一个正对月球, 一个背对月球. 如果地球完全是个液体的球, 这两个波峰就会随着月球围绕地球旋转, 能量逸散不大, 因此它们的位置可以相当精确地保持着正对月球和背对月球. 这样, 它们就会对月球形成一个拉力, 这对月球在天体中的角位置不会起太大的影响. 但是, 这两个波峰在地球上产生的潮汐要被海岸和白令海与爱尔兰海这一类浅海拉扯住, 因而它落后于月球的位置, 而产生潮汐的力则是许多杂乱的和逐渐消失的力, 它们的性质和气象学上遇到

① 由于这种突然的变动, 即由于时间方向与我们相反的那个动物在画正方形, 正方形反而不见了. 这是因为那个动物那里的 "过去"(此时正方形还没有开始画, 还是一张白纸) 正是我们的 "未来", 它的 "未来"(此时正方形已经画好) 却是我们的过去. 因此当那个动物画正方形的时候, 从我们的时间顺序看来, 先有一张完整的正方形图画, 以后却逐步消失了. 正像黑板上原有一个用粉笔画好的正方形, 我们按画它时相反的笔法顺序, 逐步抹去一样. —— 中译者注

的力非常相似, 需要统计地处理. 的确, 海洋学可以叫做水圈的气象学, 这总比叫做大气的气象学好些.

这些摩擦力阻碍着月球绕地球的运行, 同时加速了地球的自转. 这些力量倾向于使一个月的长度和一天的长度彼此接近起来. 我们知道, 月球的一天就是地球的一月, 同时月球总是差不多以同一面朝着地球的. 有人猜想这种情况是古代潮汐进化的结果, 那时候, 月球含有液体、气体或塑胶体, 因而在地球吸引下可以产生潮汐进化, 同时在进化的过程中散逸大量的能量. 这种潮汐进化的现象不仅限于地球和月球, 在一切引力系统中都能观察到一些. 在以往年代, 潮汐进化现象使太阳系的面貌有过巨大的改变, 但在人类的历史阶段中, 这种变形和太阳系中行星的 “刚体” 运动比较起来是微乎其微了.

由此可见, 即便在引力天文学中也有逐渐衰减的摩擦过程. 没有一门科学完全符合于严格的牛顿式样. 生物学研究的现象完全是单向的. 生并不恰恰是死的反演; 同化 (即组织的生成) 也不恰恰是异化 (即组织的破坏) 的反演. 细胞的分裂不是按照时间上对称的式样来进行的, 由种细胞结合变为受精卵的过程也不是这样. 个体是顺着一个时间方向前进的飞箭, 种族也同样是从过去进入未来.

古生物学的记录说明了一种确定不移的长期趋势：进化的过程是从简单走向复杂, 虽然其中有断续, 也有交错. 在上一世纪中叶, 这种趋势对于一切诚实而心胸开阔的科学家说来, 已经十分明显了; 达尔文和华莱士两人大约在同时候把解释这种机制的工作都大大地推进了一步, 这不是偶然的. 这个步骤就是肯定了以下的事实：不论是从个体或是从种族的观点看, 由于各种变异都具有不同程度的生活力, 种的个体即使仅仅产生一次偶然变异也会或多或少地对该种向一个方向或几个方向进化的路线发生影响. 一只没有腿的突变种狗一定会饿死; 但是, 一只瘦长的、已经在肋骨上长出爬行机构的蜥蜴, 如果它有光滑的外形同时又没有妨碍行进的四肢突起的话, 那它就会得到更好的生存机会. 一个水生动物, 无论是鱼类、爬虫类或哺乳类, 如果是流线型的、肌肉发达的并且具有用来打水的尾部构造的话, 就会游泳得更好; 如果它要依靠迅速的行动来猎捕食物的话, 那它必须有上述的形体, 才能获得生存机会.

达尔文的进化论是这样一种机制, 它把或多或少的偶然变异性联合成一种比较固定的型式. 达尔文的原理今天仍然有效, 虽然我们对于这个原理所依据的机制已经有了更多的知识. 孟德尔 (Mendel) 的工作给了我们一个远比达尔文精确的和不连续的遗传观点, 而从 de Vries 以来, 突变的概念已经完全改变了我们对于突变的统计基础的概念. 我们研究了染色体的细微的解剖构造, 并且确定了基因在染色体上的位置. 近代遗传学家人数众多而且才能卓绝. 其中如 Haldane 等人已经使孟德尔遗传学的统计研究成为研究进化论的有效工具.

我们前面谈过查理 · 达尔文的儿子乔治 · 达尔文爵士的潮汐进化论. 父子之间

的思想联系以及共同选用 "进化" 这个术语都不是偶然的. 在潮汐进化论中, 如同在物种起源学说中一样, 可以找到一种机制, 按照这种机制, 潮汐波和水分子的无规则运动这种偶然变异性通过动力学过程表现为单向的发展型式. 十分明显, 潮汐进化论就是老达尔文的见解在天文学上的应用.

达尔文的第三代, Charles 爵士是近代量子力学的权威学者之一. 这件事也许是偶然的, 但还是说明了统计的观念又进一步侵入了牛顿的观念. 麦克斯韦–玻尔兹曼–吉布斯这一串名字说明了热力学正逐渐地被归结为统计力学, 也就是说, 热和温度的现象被归结为这样一些现象：对于这些现象我们用牛顿力学去处理的不是单一的动力学系统, 而是用许多动力学系统的统计分布; 同时我们的结论也不是针对其中个别的系统, 而是针对其中的绝大多数. 大约在 1900 年, 人们已经知道在热力学中, 特别是在辐射问题方面, 有若干严重的错误. Planck 定律表示：以太吸收高频辐射的能力比当时存在的任何力学化的辐射理论所允许的要小得多. Planck 用辐射的准原子理论 —— 量子理论 —— 十分令人满意地解释了这些现象, 不过这个理论是和物理学所有其他部分相冲突的. 随后 Boulder 也提出了一个类似于 Planck 的*ad hoc*[①]原子理论. 这样, 牛顿和 Planck–Boulder 就分别构成了黑格尔二律背反的正命题和反命题. 海森堡在 1925 年发现的统计理论是二者的综合, 在这个理论中, 吉布斯的统计的牛顿动力学被另一个统计理论所代替, 这个理论和牛顿与吉布斯说明宏观现象的统计理论很相似; 但是, 在海森堡的理论中, 现在和过去的数据的完全集合还不足以用来比统计更好地预测未来. 因此, 应该指出：不仅是牛顿天文学, 甚至是牛顿物理学也变成了一幅统计状态的平均结果的图画, 因而也成了对一种进化过程的说明.

由牛顿的时间可逆到吉布斯的时间不可逆这个转变是有哲学方面的反响的. Bergson 曾经强调指出物理学的时间和进化论与生物学的时间的不同：前者是可逆的，其中没有什么新事物出现; 后者是不可逆的, 其中总是发生着新奇的事物. 认为牛顿物理学不是生物学的适当框架, 这种见解也许就是活力论和机械论古老的论争中心; 虽然这个论争曾经被一种愿望弄得复杂化了, 这个愿望就是想用这种或那种形式, 至少把灵魂和上帝的痕迹保留下来, 以防御唯物论的侵入. 结果是, 如我们看到的, 活力论者做得太过分了. 他们不是在生命的要求和物理学的要求之间建立一堵墙, 而是建立了一座把物质和生命一古脑儿都圈进去的万里长城. 不错, 新物理学的物质不同于牛顿物理学的物质, 但它离活力论者的拟人论的愿望究竟不远得很. 量子理论家的所谓偶然不是奥古斯丁道德学上的自由, Tyche 作为冷酷无情的女神就跟 Ananke[②]一样.

每个时代的思想都被反映在那个时代的技术中. 古代的工程师是土地测量家、

① 专门适合这种情况的. —— 俄译者注
② Tyche(希腊语)—— 机遇的意思; Ananke(希腊语)—— 命定的意思. —— 俄译者注

天文学家和航海家; 17 世纪和 18 世纪初期的工程师是钟表工人和磨透镜的工人. 和古代一样, 匠师按照天体的形象去制造工具. 一只怀表无非就是一个袖珍太阳仪, 它的运动有其必然性, 就像天体的运动一样; 如果摩擦力和能的逸散在其中起着作用, 那么就应该克服这些作用, 使时针的运动尽可能地周期化和规律化起来. 依照惠更斯和牛顿的方式发展起来的工程学的主要技术成果, 就是航海时代的出现, 这时人们第一次以相当精确的方法计算出经度, 因而远洋贸易不再是碰运气和冒险的行动, 而变成一种正常合理的事业. 这是重商主义者的工程学.

在商人之后出现的是制造商, 在计时器之后出现的是蒸汽机. 从 Newcomen 蒸汽机时代差不多到今天, 工程学的中心领域是从事原动机的研究. 热变成了有用的转动和平动的能量, Rumford, Carnot 和焦耳等人补充了牛顿物理学. 热力学随后出现了, 这是一门时间显然不可逆的科学; 虽然这门科学早期形成的思想体系似乎跟牛顿动力学毫不相干, 但是, 能量守恒理论和以后对卡诺原理的统计解释、对热力学第二定律或能量逸散原理 —— 这个原理指出蒸汽机所能获得的最大效率决定于汽缸和冷凝器的工作温度 —— 所做的统计解释, 都使得热力学和牛顿动力学融合为同一门科学的统计的和非统计的两个方面了.

如果 17 世纪和 18 世纪初叶是钟表的时代, 18 世纪末叶和 19 世纪是蒸汽机的时代, 那么现在就是通信和控制的时代. 电工学上曾经有过一次分裂, 德国人把它叫做强电流技术和弱电流技术之间的分裂, 我们知道这就是动力工程学和通信工程学的划分. 正是这个分裂把过去年代和我们现在生活着的时代区分开来. 诚然, 通信工程学能够处理任何强度的电流, 而通信工程学中机器动作的力量也中够扭转一个笨重的炮塔; 它之所以和动力工程学不同, 是因为通信工程学的主要目的不是在节约能量, 而是要使讯号准确地再生. 这个讯号可以是电键的叩击, 它必须由另一端的电报接受器的叩击再生出来; 它也可以是通过电话装置来传递和接收的声音; 它也可以是驾驶盘的转动, 结果改变了舵的角位置. 通信工程学是由高斯, Wheatstone 和第一批电报学建立起来的. 在上一世纪中叶第一次横穿大西洋海底的电报工程失败之后, 它才由开尔文爵士给予第一次合理的科学论述; 从 80 年代以来, 在赋予它以现代形态的工作上, 大概 Heaviside 贡献最多. 在第二次世界大战中, 雷达的发明及其应用以及控制防空炮火的迫切任务, 把大量有修养的数学家和物理学家都动员到这个领域中来了. 自动计算机的神奇也属于这个思想领域, 的确, 人们在过去从来也没有像今天这样活跃地探究着这个思想领域.

自从 Daedalus 或 Hero of Alexandria 以来, 在技术发展的每一阶段上, 人们对于技师模仿生命体制造出机器的才能, 总是很感觉兴趣的. 这种制造和研究自动机的愿望常常用当代技术表现出来. 在巫术时代, 泥人 Golem 就是一种奇特而邪恶的想法, 布拉格的犹太教的法律师用亵渎上帝圣名的咒语给这个泥像注入了生命. 在牛顿时代, 自动机就是钟机音乐箱, 顶上装着生硬地跳着足尖舞的小雕像. 在 19 世

纪, 自动机就是那著名的热机, 燃烧着易燃的燃料以代替人的肌肉中的糖元. 最后, 现代的自动机用光电管来开门, 或者使枪炮向雷达找到飞机的地方瞄准, 或者把微分方程的解计算出来.

希腊时代和魔法时代的自动机都不是现代机器的发展方向, 它们似乎对重要的哲学思想也从来没有起过什么作用. 钟机自动机的情况就大不同了. 这种思想曾经在现代哲学的初期历史中起过很本质、很重要的作用, 虽然我们常常没有看到这一点.

首先, 笛卡儿把低等动物看成是自动机. 这样做是要避免对正统的基督教看法表示怀疑, 因为正统的基督教看法认为动物没有可以拯救和惩罚的灵魂. 至于这些有生命的自动机究竟怎样活动, 据我所知, 笛卡儿没有讲过. 但是, 和这有关的一个重要问题, 即人类灵魂 (包括感觉和意志这两个方面) 与物质环境的关联方式问题, 笛卡儿是讲过的, 虽然他讲得极其不能令人满意. 他把这种关联的位置定在他所知道的大脑中央部位 —— 松果体. 至于关联的性质 —— 不论它是否表现为心对物和物对心的直接作用 —— 他是不太清楚的. 可能他确实把这种关联的性质看作是双方面的直接作用; 但是, 他把人类经验作用于处界时的正确性归诸上帝的善良和正直.

归诸上帝的这种作用是不可靠的. 假如上帝是完全被动的, 那么, 很难看出笛卡儿的解释真正说明了什么东西; 假如上帝是主动的参与者, 那么, 上帝的正直除了保证他是我们感觉活动中的主动参与者外, 很难看出还有什么意义, 这样, 与物质现象的因果关系平行的还有一条从上帝的活动产生的因果关系, 上帝通过这种活动在我们心中创造出同某种物质状况相对应的经验. 这个假定一旦成立, 那就很自然地要把我们的意志与其在外界产生的结果相符合同样归诸神的干涉了. 这是偶因论者 Geulincx 和 Malebranche 所追随的道路. Spinoza 在很多方面是这个学派的延续者, 偶因论的学说在他那里得到了较为合理的形式: 他主张心与物的对应就是上帝的两个独立自足的属性的对应. 但是, Spinoza 总是不用动力学的观点来考虑问题的, 因之他对这种对应的机制考虑得很少, 甚至没有考虑.

这就是莱布尼茨开始研究以前的局面, 但是, 莱布尼茨是习惯于用动力学观点去考虑这个问题的, 就像 Spinoza 习惯于用几何学观点去考虑这个问题一样. 首先, 他用一双对应的元素的连续统 —— 单子去代替心和物这一双对应的元素. 这些单子虽然是按照灵魂的式样来设想的, 但其中有很多单子没有达到像完整灵魂那样具有自我意识的程度, 它们成为被笛卡儿称作物质的那一部分世界. 每个单子, 从创始或负无穷的时间到无限遥远的未来, 各以完整的因果关系生存在自己的密闭的宇宙中; 它们虽然是密闭的, 但由于上帝的预先调和, 因而彼此可以对应. 莱布尼茨普经把单子比作上了发条的能够从开天辟地起永恒地保持同一速度的钟表. 单子不同于人造的钟表, 它们不会产生快慢的差别, 这是造物主的神妙完美的手艺所致.

因此, 莱布尼茨是按照钟机的模式来考察他所构成的自动机世界的, 这对于惠更斯的信徒说来是很自然的事. 单子可以互相反映, 但这种反映没有使因果关系互相转移. 它们实际上就跟八音盒顶上被动地跳着舞的小人那样独立自足, 甚至更加独立自足. 它们对外界没有真正的影响, 而外界也同样地不影响它们. 正如莱布尼茨所说的, 它们没有窗户. 我们所看到的显然有组织的世界只是某种介乎虚幻和奇迹之间的东西. 单子乃是牛顿太阳系的缩影.

在 19 世纪, 人们是从另一种角度来研究人造自动机和那些自然自动机, 即唯物论者所讲的动物和植物. 能量守恒和能量逸散是当时的基本原理. 生命体首先是一部热机, 它把葡萄糖、糖元或淀粉, 脂肪和蛋白质燃烧为二氧化碳、水和尿素. 新陈代谢的平衡问题是人们注意的中心; 如果有人注意到动物肌肉的工作温度较低而一架具有同样效率的热机的工作温度较高这个矛盾的话, 那也就避而不谈, 只是用生命体的化学能和热机的热能有所不同的说法来马马虎虎地解释一下. 所有的基本概念都和能量有关, 而主要是和势能有关. 身体的工程学是动力工程学的一个分支. 这个观点, 直到今天, 还在那些喜欢用古典看法来考虑问题的保守的生理学家中间占着优势; 像 Rashevsky 及其学派这一批生物物理学家的整个思想倾向证明上述见解仍然是有势力的.

今天, 我们认为身体远不是一个守恒系统, 它的各个组成部分在这样的环境中工作着: 它们在这里所能利用的功率远较我们想象的要大得多. 电子管就说明一个带有外部能源的系统 (全部能量几乎都被浪费掉了) 在完成规定的操作上可以是一个极有效的工具, 特别是在低能量级下工作的时候. 我们已经开始注意到我们躯体中神经系统的原子 —— 神经元这样重要的要素, 它们是在跟真空管非常相同的条件下工作着, 它们所需的很小的功率通过血液循环由外部供给; 我们也注意到了记载神经元功能的最本质的簿记不是能量的簿记. 总之, 对自动机 (无论是对金属自动机或是对血肉自动机) 的新的研究都是通信工程学的一个分支, 它的基本概念就是关于消息、干扰量或 “噪声”(一个从电话工程师那里取得的术语)、信息量、编码技术等的概念.

在这种理论中, 我们研究着这样一种自动机, 它不仅通过能量流动和新陈代谢, 而且通过印象和传入消息的流动以及由传出消息引起的动作的流动和外界有效地联系起来. 自动机接受印象的器官相当于人和动物的感觉器官. 它们包括光电管和其他光接受器, 包括用来接收本身发出的短波长波的雷达系统, 包括相当于味觉器官的氢离子势记录器, 温度计, 各种压力计, 放大器, 等等. 相当于动作器官的可以是电动机、螺线管、热线圈或其他不同性质的工具. 在接受器或感官和动作器之间有一系列中介的元件, 它们的功用是把传入的印象重新结合起来, 以便在动作器中产生所希望的反应. 传入中枢控制系统的信息经常也包含着关于动作器自身工作状况的信息. 发出这些信息的元件和人体的运动感觉器官和其他本体感觉器官相当,

因为我们也有记录关节位置或肌肉收缩率等等的器官. 此外, 自动机接收到的信息不一定立刻使用, 可以被搁置或贮藏起来以供将来之需, 这可以跟记忆相似. 最后, 在自动机运转的时候, 它的操作规则本身会按照过去通过接受器的数据的情况而多少发生变化, 这就像是学习的过程.

我们现在所讲的机器不是唯觉论者的梦想, 也不是未来某个时候才能实现的希望. 它们已经实现了, 恒温器、自动回转罗盘船舶驾驶系统、自动推进导弹 —— 特别是自己寻找目标的导弹、防空炮火的控制系统、自动控制的石油热裂蒸馏器、超速计算机等都是. 它们在战前很久就开始使用了 (实在说, 非常古老的蒸汽机调速器也应该列在这里头), 但是, 第二次世界大战的大规模机械化措施才促使它们具有今天的面貌, 为了掌握极端危险的原子能可能也需要把这些机器推向更高的发展阶段. 目前, 不到一个月就出一本所谓控制机械或伺服机械的新书, 现在的时代真是伺服机械的时代, 就像 19 世纪是蒸汽机的时代而 18 世纪是钟表的时代一样.

总结一下：现代的各种自动机是通过印象的接受和动作的完成和外界联系起来的. 它们包括感官、动作器和一个用来把从一处到另一处的传递信息加以联结的相当于神经系统的器官. 它们很便于用生理学的术语来描述. 因此, 用一种理论把它们跟生理学的机制概括在一起并不是什么奇迹.

这些机制和时间的关系需要很细心的研究. 当然, 输入 – 输出关系在时间上是一种循序关系, 而且具有确定的过去 – 未来的次序, 这些都是清楚的. 不够清楚的地方也许就在于灵敏自动机的理论是一个统计的理论. 通信工程的机器, 根据单独一次输入而产生的动作是不会使人感到兴趣的. 这种机器如果要能充分发挥作用, 它就必须对全部输入都做出令人满意的动作. 这也就是说, 对一类从统计上预期要收到的输入做出统计上令人满意的动作. 它的理论应该属于吉布斯统计力学的范围, 而不应当属于古典牛顿力学的范围. 这个问题我们将在专门讨论信息理论的一章中作详细的研究.

因此, 近代自动机跟生命体一样, 都存在于 Bergson 的时间中. 按照 Bergson 的观点, 我们没有什么理由认为生命体活动的基本方式一定和模拟生命体的人造自动机有所不同. 活力论者已经胜利到这样的地步, 即使是机械也要符合于活力论的时间结构; 但是, 如上所述, 这个胜利其实是彻底的失败, 因为按照任何跟道德、宗教略微有关的观点来看, 新的力学跟旧的力学一样地机械. 是否应该把这种新观点叫做唯物论观点, 这主要是一个讲法的问题. 19 世纪物理学所处形势的特征就是物质这个概念远比今天更有势力; “唯物论” 这个名词已经差不多变成 “机械论” 的不严格的同义语了. 事实上, 机械论者和活力论者全部争论的问题都因提法不当而被抛到垃圾箱里去了.

第二章　群和统计力学

大约在这个世纪初, 有两位科学家, 一位在美国, 一位在法国. 要是说他们稍微有一点知道对方的存在, 他们的研究方向表面上却是彼此完全无关的. 住在约哈文 (New Haven) 的吉布斯发展了他在统计力学方面的新观点. 住在巴黎的勒贝格由于发现了一个用来研究三角级数的新的更有效的积分理论, 而和他的老师 Borel 齐名. 这两位发现者, 就他们都是理论工作者而不是实验工作者这点说, 是相像的; 但除此以外, 他们对科学的整个态度, 却完全相反.

吉布斯虽然是数学家, 但总认为数学是为物理学服务的. 勒贝格则完全是个典型的分析学家, 对于数学严密性的极其严格的现代标准, 他是一个有才能的代表者; 他又是一位著作家, 据我所知, 他的著作中甚至连一个直接有关物理学问题或方法方面的例子也没有. 然而, 他们两人的著作形成了一个整体, 其中, 吉布斯提出的问题没有在他自己的著作中找到答案, 而是在勒贝格的著作中找到答案的.

吉布斯的基本思想是：按照牛顿动力学的本来面目, 我们处理的是一个具有已知初始速度和初始动量的单个系统, 这系统在一定的力系作用下, 按照把力和加速度联系起来的牛顿定律而变化. 但对于绝大多数场合, 我们无法知道所有的初始速度和初始动量. 可是, 如果假定系统的这些没有完全知道的位置和动量具有一定的初始分布, 那么, 我们就可以完全用牛顿的方法来决定系统在以后任一时刻的动量和位置的分布. 这样, 我们就能就这些分布作出推论, 这些推论中有一些具有这样的判断的性质：系统在将来出现某些特征的概率为 1, 或出现其他某些特征的概率为零.

概率为 1 和概率为零这两个概念的含义, 是完全确定和完全不可能, 但它们还有更多的意义. 假如我用具有点的尺度的枪弹射击一个靶, 我命中靶上任一特定点的机会一般说是零, 虽然命中它并不是不可能; 的确, 当我每次射击的时候, 我一定会命中某一特定点, 而这本来是一个概率为零的事件. 因此, 我总会命中某一点这个概率为 1 的事件, 可以是由许多概率为零的事件集合构成的.

但是, 在吉布斯的统计力学方法中, 采用了如下一种手续, 不过这个手续是隐含采用的, 吉布斯本人从来没有清楚地意识到; 这就是把一个复杂的偶然事件分解成一个由许多比较局部的偶然事件构成的无限序列 —— 第一个、第二个、第三个等等, 它们各有一个已知的概率; 而且, 这些构成无限序列的比较局部的偶然事件的概率之和, 就表示这较大的偶然事件的概率. 因此, 我们虽然不能在所有可能设

想的场合都用概率求和来得到总事件的概率 —— 因为任意个零之和仍为零, 但如果总事件中各个偶然事件能够按照第一、第二、第三等等排列起来构成一个序列, 其中每一项都有一确定的能用一正整数标示的位置, 我们就能够对全部概率求和.

要区别这两种情形, 必须对事件集合的性质作相当精细的考虑, 吉布斯虽然是个很有权威的数学家, 但还不够细致. 能不能有一种无限集, 它和其他的无限集, 例如正整数集, 在浓度[①]上有着本质的差别呢? 这个问题在上一世纪末由康托解决了, 答案是:"有的." 如果考虑 0 到 1 之间所有不同的分数, 无论是有理数或无理数, 我们就会看出, 它们是不能按照一、二、三 $\cdots$ 的次序排列起来的 —— 虽然很奇怪的是, 所有的有理分数能够这样来排列. 因此, 吉布斯的统计力学要求对这两种情形加以区别[②], 显然不是不可能的事. 勒贝格对吉布斯理论所作的贡献, 就在于他证明了, 统计力学关于概率为零偶然事件的内在要求, 以及关于对这些偶然事件的概率求和的内在要求, 实际上是能够实现的; 并且他证明了, 吉布斯理论本身并不包含任何矛盾.

但是, 勒贝格的工作并不是直接基于统计力学的需要, 而是基于一个看来完全不同的理论, 即三角级数理论的需要. 谈到三角级数理论, 这就要回溯到 18 世纪的波和振动的物理学, 回溯到当时激烈争论的一个问题: 线性力学系统的任何运动是否普遍地都能由系统的简单振动综合而成; 所谓简单振动, 就是指这样的振动, 其所经历的时间不过就是它对平衡状态偏离的值乘上一个仅仅与时间有关而与位置无关的或正或负的量. 这样, 一个函数就表示成一个级数和. 级数中各个系数则表示成这函数与一已知的权函数乘积的平均值. 整个理论在于, 级数的平均值可以用级数中各个项的平均值表示出来. 另一方面, 我们注意, 一个在 0 到 A 的区间中为 1 而在 A 到 1 的区间中为 0 的量, 其平均值为 A, 可以把它看作已知落在 0 到 1 之间的不定点应当落在 0 到 A 区间中的概率. 换句话说, 级数平均所需要的理论和为了能充分讨论事件的无限序列的复合概率而需要的理论, 有着非常密切的关系. 这就是为什么勒贝格在解决自己问题的时候也同时解决了吉布斯的问题的原因.

吉布斯讨论的特殊分布, 本身有其动力学上的解释. 假设考虑某个有 N 个自由度的最一般的保守动力学系统, 它的位置和速度坐标一共有 $2N$ 个, 其中 N 个叫做广义位置坐标, 另外 N 个叫做广义动量坐标. 这些坐标决定一个 $2N$ 维空间, 定义着 $2N$ 维体积. 在这空间的任意一个区域中, 每个点都依据力学定律随时间而流动, 这时, 每个点的 $2N$ 个坐标的集合改变为另一个由经过时间决定的新的 $2N$ 个

---

① 这个"浓度"的原语是 multiplicity, 在集合论的术语上, 使用势 (power) 这个字. 两个集合之间如果有一对一的对应关系, 它们便有相同的势. 具有与自然数集合相同的势的集合便是可数的势. 在这里表现为可以"排列成 1, 2, 3,$\cdots$". —— 日译者注

② 概率对于可数事件是可以加的, 然而对于不可数的势的事件一般是不能加的 (可参照 46 页的译注). 在这里势的区别很重要.—— 日译者注

坐标的集合, 但是, 虽然这个区域的边界在连续变化, 它的 $2N$ 维体积并不改变. 因为定义集一般不像定义这些区域那样简单, 所以由体积的概念就进一步引出了勒贝格型的测度体系. 对于保守动力学系统, 它在经受变换时, 勒贝格测度保持不变, 此外它还有一个数值可以计算的对变换也保持不变的量, 这就是能量. 如果系统中各个物体仅仅是两两相互作用, 在空间中任何固定位置和固定方向上没有外部附加力的作用, 那么, 系统还有另外两个数值保持不变的量. 它们都是矢量, 即整个系统的动量和角动量. 我们不难消去相应于它们的坐标, 使得系统的自由度更少.

对于很特殊的系统, 还可以有一些与能量、动量和角动量无关的其他不变量, 它们的数值在系统变化的时候也是不改变的. 然而我们知道, 从十分精确的意义上说, 实际上很难找到一种力学系统, 它既有依赖于系统初始坐标和动量的其他不变量, 又能充分正规地用基于勒贝格测度的积分法加以积分[①]. 对于没有其他不变量的系统, 我们可以把相应于能量、动量和总角动量的坐标固定起来, 而在其余坐标的空间中, 由位置和动量坐标所决定的测度本身又定出一种子测度, 正像三维空间的测度能够决定二维曲面族中二维曲面的面积一样. 例如考虑一个同心球面族, 当两个固定球面间的总体积规格化为 1 时, 两个相邻同心球面间的体积的极限就是球面上面积的测度.

假设我们对能量、总动量和总角动量已定的相空间中的那个区域采用这新的测度, 并假定系统此外并无其他可测的不变量. 令这个限定区域的总测度为常数, 或者适当改变单位使这常数为 1. 因为我们这个测度是由对时间不变的测度得到的, 得到的方法也对时间不变, 所以它本身也对时间不变. 我们称它为相测度, 而对它所取的平均则称为相平均.

但是, 任何一个随时间变化的量还可以有时间平均. 例如, 若 $f(t)$ 依赖于 t, 那么它对过去的时间平均为

$$\lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int_{-T}^{0} f(t)\mathrm{d}t; \tag{2.1}$$

对未来的时间平均为

$$\lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int_{0}^{T} f(t)\mathrm{d}t. \tag{2.2}$$

在吉布斯的统计力学中, 时间平均和相平均两者都有. 吉布斯企图证明这两种类型的平均在一定意义上是相同的, 这是很高明的想法. 就 Giggs 想到这两种平均是有关的这个观念说, 他完全是正确的; 但就他企图用来证明这种关系的方法说, 他就整个地毫无挽救地错了. 这并不能责备他, 因为在他逝世的时候, 勒贝格积分的名声才刚刚传入美国. 过了十五年, 它又变成博物馆里的珍品了, 唯一的用处只

① Oxtoby J C and Ulam S M. Measure-preserving homeomorphisms and metrical transitivity. *Ann. of Math*, Ser., 1941, 2(42):874-920.

是向年轻的数学家们说明严密性的必要和可能. 而且, 像 Osgood 这样著名的数学家, 甚至到他死的时候也没有关心到它[1]. 一直到 1930 年初, 库普曼、冯　诺依曼、伯克霍夫这一群数学家, 才最后建立起了吉布斯统计力学的真正基础[2]. 我们下面在研究各态历经理论 (ergodic theory) 时将看到这些基础是什么.

吉布斯本人曾经想到, 对于一个所有的不变量都被作为多余坐标而消去的系统, 相空间中所有各点的运动路径几乎都通过这个空间中的全部坐标. 他把这个假说叫做各态历经假说, 这个名词是由希腊字 $\ddot{\varepsilon}\rho\gamma o\nu$(工作) 和 $\ddot{o}\delta o\zeta$(路径) 来的. 但问题首先是, 正如 Plancherel 和其他一些人指出的, 这个假说在任何实际场合都不成立. 没有一条可微分的路径能够盖满平面上的一块面积, 即使这条路径有无限长. 吉布斯的追随者们, 也许最后还包括吉布斯本人, 都隐约看到了这点, 因而他们用准各态历经假说来代替这个假说. 准各态历经假说只是说, 在时间的进程中, 系统一般地几乎通过由已知不变量决定的相空间区域上的每一点. 证明这个假说并没有什么逻辑上的困难, 只不过用它来得到吉布斯的结论显得十分不够罢了, 因为它没有涉及到系统在每一点近旁所耗费的相对时间.

为了理解各态历经理论的真实意义, 除了需要平均和测度这两个对弄清吉布斯理论的意义最为必要的概念以外 (这里平均是指在给定的域上, 对一个在被测的集上为 1 而在其他各处为零的函数的平均), 我们还需要更详细地分析一下不变量和变换群的概念. 我们从吉布斯的矢量分析研究中看到, 他对这些概念肯定是熟悉的. 然而, 可以这样说, 吉布斯没有充分估计到它们的哲学价值. 和他的同代人 Heaviside 一样, 吉布斯也是一个物理–数学上的敏感常常超过逻辑上的敏感的科学家, 他一般是正确的, 但常常不能解释为什么他是正确的, 也不能解释他如何能正确.

任何一门科学的建立, 都必须以非孤立现象的存在为前提. 如果世界是由一个没有理性的上帝统治的, 他可以一阵心血来潮地作出一连串的奇迹, 那么, 在这个世界里, 我们就要狼狈不堪地被迫等待每一个新灾难的到来. 在阿丽思漫游奇境记里的槌球场上, 就是这种世界的描绘, 在那里, 槌球棒是火烈鸟; 槌球是慢条斯理地伸张着和自顾自地爬动着的刺猬; 球门是纸牌上的士兵, 它们也会自动爬起来随便活动活动; 而槌球规则是性情暴躁、捉摸不定的心牌皇后的命令.

游戏中的有效规则或物理学上的有用定律的本质，就是它们都能事先予以陈述, 而且可以应用到不止一个场合. 一个理想的法则, 应当能够反映所讨论的系统在其具体环境变化时仍然保持同一的那种性质. 在最简单的情形下, 这是指对施于系统的变换集保持不变的性质. 这样, 我们就导致变换、变换群和不变量的概念.

系统的变换表示一种变化, 这时系统的每个元变为另一个元. 太阳系在时间 t_1

[1] 虽然如此, 奥斯哥德早期的某些工作还是引向勒贝格积分方向的一个重要步骤.
[2] Hopf E. Ergodentheorie. *Ergeb.Math.*. Berlin: Springer, 1937, 5(2).

和时间 t_2 之间发生的变化, 是各个行星坐标集合的变换. 当移动坐标原点或旋转坐标轴发生的行星坐标的类似改变, 也是一种变换. 当我们根据显微镜的放大作用, 试验一个试品发生的标度改变, 同样是一种变换.

施行变换 A 以后接着施行变换 B, 结果得到另外一个变换, 它叫做 B 和 A 的乘积或合成 BA. 注意, 乘积一般与 A 和 B 的次序有关. 例如, 若 A 是将坐标 x 变为 y, y 变为一 x 而 z 不改变的变换; B 是将 x 变为 z, z 变为一 x 而 y 不改变的变换; 则 BA 将使 x 变为 y, y 变为一 z, z 变为一 x; 而 AB 将使 x 变为 z, y 变为一 x, z 变一 y. 如果 AB 和 BA 是相同的变换, 我们就说 A 和 B 是可交换的.

有时, 变换 A 不仅能使系统的每个元都变为系统的某一个元, 而且每个元都是对某个元施行这个变换的结果, 不过这种变换性质不是任何变换都具有的. 在这情形下, 存在一个唯一的变换 A^{-1}, 使得 AA^{-1} 和 $A^{-1}A$ 构成两个很特殊的变换, 它们叫做恒等变换 I, 这种变换使每个元仍变为自身. 我们把 A^{-1} 叫做 A 的逆变换. 显然, A 也是 A^{-1} 的逆变换, I 是其自身的逆变换, 而 AB 的逆变换是 $B^{-1}A^{-1}$.

有这样一类变换集：属于这个集的每个变换都具有逆变换, 其逆变换也属于这个集; 属于这个集的任何两个变换的合成, 自身也属于这个集. 这类变换集叫做变换群, 所有沿直线的、平面上的或三维空间中的平移所构成的变换集, 都是变换群; 特别是, 有一种特殊的变换群, 叫做阿贝尔群①, 其中任何两个变换都是可交换的, 绕一点的旋转和刚体在空间中的各种运动所构成的变换集, 都是非阿贝尔群.

假定我们用一个变换群对规定某个量的各个元作变换. 如果群中任何一个变换对所有这些元施行变换后这个量保持不变, 我们就叫这个量是一个群不变量. 群不变量有许多种, 其中有两种对我们以后特别重要.

第一种就是所谓的线性群不变量, 令一阿贝尔群所变换的各个元用 x 来表示; 并令 $f(x)$ 是这些元上定义的复值函数, 而且具有适当的连续性或可积性. 这时, 若 Tx 表示变换 T 对 x 作用后得到的元, 且 $f(x)$ 是一绝对值为 1 的函数, 便得

$$f(Tx) = \alpha(T) f(x), \tag{2.3}$$

式中 $\alpha(T)$ 是一绝对值为 1 的只依赖于 T 的数, 那么, 我们就说 $f(x)$ 是群的一个特征标 (character). 在稍微广义的意义上说, 它也是群不变量. 如果 $f(x)$ 和 $g(x)$ 都是群特征标, 则 $f(x)g(x)$ 显然同 $[f(x)]^{-1}$ 一样也是群特征标. 如果任意一个定义在群上的函数 $h(x)$ 能表示成群特征标的线性组合, 即它能写成

$$h(x) = \sum A_k f_k(x), \tag{2.4}$$

式中 $f_k(x)$ 是群的特征标, $\alpha_k(T)$ 对 $f_k(x)$ 的关系与 (2.3) 式中 $\alpha(T)$ 对 $f(x)$ 的关

① 以 19 世纪挪威数学家阿贝尔命名. —— 俄译者注

系相同, 那么

$$h(Tx) = \sum A_k \alpha_k(T) f_k(x). \tag{2.5}$$

这就是说, 如果 $h(x)$ 能用群特征标集来展开, 则对所有的 $T, h(Tx)$ 都能用这些特征标来展开.

前面已经看到, 群特征标的积和反演构成群的另外一些特征标; 同样可以看到, 常数 1 是群的一个特征标. 因此, 群特征标对一特征标的乘法构成群特征标自身的一个变换群, 我们把它叫做原群的特征标群.

如果原群是无限长直线上的平移群, 即运算子 T 使 x 变为 $x+T$, 则 (2.3) 式变为

$$f(x+T) = \alpha(T) f(x), \tag{2.6}$$

这个等式在 $f(x) = \mathrm{e}^{\mathrm{i}\lambda x}, \alpha(T) = \mathrm{e}^{\mathrm{i}\lambda T}$ 时成立. 这时特征标是函数 $\mathrm{e}^{\mathrm{i}\lambda x}$, 特征标群则是 λ 变为 $\lambda+\tau$ 的平移群, 就是说它的构造和原群相同①. 但如果原群是围绕一个圆的转动, 就不会有这种情形. 这时, 运算子 T 使 x 变为一个在 0 到 2π 间的数, 这个数与 $x+T$ 相差 2π 的整数倍, 如果要使 (2.6) 式仍然成立, 必须附加条件:

$$\alpha(T+2\pi) = \alpha(T). \tag{2.7}$$

如果仍令 $f(x) = \mathrm{e}^{\mathrm{i}\lambda x}$, 我们就得到

$$\mathrm{e}^{\mathrm{i}2\pi\lambda} = 1, \tag{2.8}$$

这就是说, λ 必须是一整数, 正的、负的或零. 这样, 特征标群就相当于整数的平移. 反之, 如果原群表示整数的平移群, 则 (2.6) 式中的 x 和 T 只限于是整数值, 而 $\mathrm{e}^{\mathrm{i}\lambda x}$ 只包括从 0 到 2π 间的与 λ 相差 2π 整数倍的数. 因此, 这时的特征标群实际上是绕圆的转动群②.

在任何一个特征标群中, 对于一个给定的特征标 $f, \alpha(T)$ 的数值分布是这样的: 对于群中任何的元 S, 当所有的 $\alpha(T)$ 都乘以 $\alpha(S)$ 时, $\alpha(T)$ 的数值分布仍然不变. 这就是说, 如果我们有某个对 $\alpha(T)$ 的数值取平均的合理基底, 由于这个平均值不受群的每个变换乘上群中某一固定变换而构成的群变换所影响, 要就 $\alpha(T)$ 必须恒为 1③; 要就这个平均在乘上了一个不等于 1 的数仍保持不变, 所以必须是零; 两

① 即特征标群与原群同构.—— 俄译者注

② 此处乃指特征标群 $\mathrm{e}^{\mathrm{i}\lambda x}$ 的群运算子 τ 使 λ 变为一个在 0 到 2π 间的数, 这个数与 $\lambda+\tau$ 相差 2π 的整数倍, 又因 x 是整数, $\mathrm{e}^{\mathrm{i}2\pi x} = 1$, 故特征标群实际上是一个绕圆的转动群. —— 中译者注

③ 例如当元素的数目为 n 个的有限群的时候, $\alpha(T)$ 的平均 M 可以用 $\frac{1}{n}\sum_T a(T)$ 得出, 但因为 $M = \frac{1}{n}\sum_T a(T) = \frac{1}{n}\sum_T a(ST) = \frac{1}{n}\sum_T a(S)a(T) = a(S)M$, 所以总是 $a(S) = 1$ 或者 $M = 0$. 即便不是有限群, 如果“在某种合理的根据之下”得到平均, 结果相同. —— 日译者注

者必居其一. 由此我们得到结论：任一特征标与其共轭①(也是一个特征标) 的乘积的平均值是 1, 而任一特征标与另一特征标的共轭的乘积的平均值是零. 换句话说, 如果 $h(x)$ 能表示成 (2.4) 式, 我们就有

$$A_k = \text{average}[h(x)\overline{f_k(x)}]. \tag{2.9}$$

在绕圆的转动群的情形下, 根据这个结果我们直接有：若

$$f(x) = \Sigma a_n \mathrm{e}^{\mathrm{i}nx}, \tag{2.10}$$

则

$$a_n = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} f(x)\mathrm{e}^{-\mathrm{i}nx}\mathrm{d}x; \tag{2.11}$$

对于沿无限长直线平移的情形, 我们的结果需要比较强的条件：若在适当条件下有

$$f(x) = \int_{-\infty}^{\infty} a(\lambda)\mathrm{e}^{\mathrm{i}\lambda x}\mathrm{d}\lambda, \tag{2.12}$$

则在一定条件下有

$$a(\lambda) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} f(x)\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\lambda x}\mathrm{d}x. \tag{2.13}$$

我们这里只是很粗略地叙述了上面这些结果, 并没有详细说明它们有效的条件. 关于这个理论的详细讨论, 读者可参阅下列的参考书②.

除了线性群不变量理论, 还有度量群不变量的一般理论. 度量群不变量就是勒贝格的测度系统, 它在群所变换的各个元与群的运算子交换时不改变. 关于这一点, 我们应当援引 Haar 的饶有趣味的群测度理论③. 在这个理论中, 每一个群, 它的元对于群的乘法运算是可交换的. 因此, 这个群应当有一个不变测度. Haar 曾经证明, 大多数的群都具有可以用群自身的构造来定义的唯一的不变测度.

变换群的度量不变量理论的最重要应用, 就是它能证明相平均和时间平均的可互替性, 而这一点, 如上所述, 吉布斯的尝试是失败了的. 这种可互替性借以建立的基础, 就是各态历经理论.

各态历经定理通常从一个具有下述性质的系综 E 出发：它的测度可定为 1, 并

① 共轭 ——$a(T)$ 的共轭 $\bar{a}(T)$ 是得出 $a(T)$ 的共轭复数之值的 T 的函数. —— 日译者注

② Wiener. *The Fourier Integral and Certain of its Applications*. Cambridge Univ. Press, 1932.

③ Haar H. Der Maassbegriff in der Theorie der Kontinuierlichen Gruppen. *Ann. of Math.*, 1933, 2(34):147-169.

且可以通过一个保测变换 T[①]或通过保测变换群 T^{λ} 变换为自身, 这里, $-\infty < \lambda < \infty$, 且

$$T^{\lambda} \cdot T^{\mu} = T^{\lambda+\mu}. \tag{2.14}$$

各态历经理论涉及到在 E 的各个元 x 上定义的复值函数 $f(x)$. 在所有的场合, 我们都认为 $f(x)$ 对 x 是可测的; 如果考虑连续变换群 $\{T^{\lambda}\}$, 我们就认为 $f(T^{\lambda}x)$ 同时对 x 和 λ 是可测的.

在库普曼和冯 诺依曼的平均各态历经定理中, $f(x)$ 是 L^2 类的函数, 即

$$\int_E |f(x)|^2 \mathrm{d}x < \infty. \tag{2.15}$$

这时, 这个定理说：对 T 或 T^{λ}, 我们应有

$$f_N(x) = \frac{1}{N+1} \sum_{n=0}^{N} f(T^n x) \tag{2.16}$$

或

$$f_A(x) = \frac{1}{A} \int_0^A f(T^{\lambda}x) \mathrm{d}\lambda. \tag{2.17}$$

在此情形下, 当 $N \to \infty$ 或 $A \to \infty$ 时, 它们各自平均收敛到极限函数 $f^*(x)$, 即

$$\lim_{N\to\infty} \int_E |f^*(x) - f_N(x)|^2 \mathrm{d}x = 0, \tag{2.18}$$

$$\lim_{A\to\infty} \int_E |f^*(x) - f_A(x)|^2 \mathrm{d}x = 0. \tag{2.19}$$

在伯克霍夫的“几乎处处”收敛的各态历经定理中, $f(x)$ 是 L 类的函数, 即

$$\int_E |f(x)| \mathrm{d}x < \infty. \tag{2.20}$$

函数 $f_N(x)$ 和 $f_A(x)$ 的定义和 (2.16) 式及 (2.17) 式中的一样.

这时, 这个定理说, 除了对测度为 0 的 x 的数值集, 极限函数

$$f^*(x) = \lim_{N\to\infty} f_N(x) \tag{2.21}$$

① 保测变换 (measure-preserving transformation)—— 由系综 E 向其本身的变换 T 便是“保测变换”. 其所指的是：在 E 里有测度 m 的定义. 就是说, 有 E 的某部分系综的族 $\mathfrak{L}$, 对于 $\mathfrak{L} \ni A$, 其测度 $m(A) \geqslant 0$ 是一定的, $m(A)$ 便是具有与面积等同样性质的东西. E 的变换 T 将 E 的部分系综 A 移到 E 的部分系综 $T(A)$, 但如果是“$\mathfrak{L} \ni A$, 那么成为 $T(A) \in \mathfrak{L}$, 而且 $m(A) = m(T(A))$”的时候, T 就叫做保测变换 (保存测度 M 的变换).—— 日译者注

和

$$f^*(x) = \lim_{A\to\infty} f_A(x) \tag{2.22}$$

是存在的.

所谓各态历经变换或度量可迁变换的情形是很有趣的, 这时, 变换 T 或变换集 T^λ 仅仅对测度为 1 或为 0 的 x 点集才保持不变. 在这情形下, 使 $f^*(x)$ 能有一定范围数值的一组值几乎恒为 1 或恒为 0(无论对那一个各态历经定理来说). 这种情形只有在 $f^*(x)$ 几乎恒为常数时才可能发生. 于是, 我们可以假定 $f^*(x)$ 的值几乎恒为

$$\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x. \tag{2.23}$$

这就是说, 在库普曼的定理中, 我们有

$$\underset{N\to\infty}{\text{l.i.m.}}{}^{①} \frac{1}{N+1}\sum_{n=0}^{N} f(T^n x) = \int_0^1 f(x)\mathrm{d}x; \tag{2.24}$$

而在伯克霍夫的定理中, 除了对测度为 0 或概率为 0 的 x 以外, 我们有

$$\lim_{N\to\infty} \frac{1}{N+1}\sum_{n=0}^{N} f(T^n x) = \int_0^1 f(\xi)\mathrm{d}\xi. \tag{2.25}$$

对于连续群 $\{T^\lambda\}$ 的情形, 也有类似的结果. 以上就是吉布斯相平均和时间平均的可互替性的充分证明.

对于变换 T 或变换群 T^λ 非各态历经的情形, 冯　诺依曼在很普遍的条件下指出, 它们可以分解为各个各态历经的成分. 就是说, 除了对测度为 0 的 x 集, 我们总能把 E 分离成有限个或可列个集 E_n 和一个集类 $E(y)$ 的连续统, 使得对各个 E_n 和 $E(y)$ 都存在一个在 T 或 T^λ 作用下保持不变的测度. 这样, 变换 T 和 T^λ 对 E_n 和 $E(y)$ 就是各态历经的了; 如果 $S(y)$ 是 S 和 $E(y)$ 的相交部分, S_n 是 S 和 E_n 的相交部分, 那么

$$\underset{E}{\text{测 度}}(S) = \int_{E_y} \text{测 度}(S(y))\mathrm{d}y + \sum_{E_n} \text{测 度}(S_n). \tag{2.26}$$

换句话说, 整个保测变换理论可以归结为各态历经变换的理论.

由以上所述可以看出, 全部各态历经理论都可以运用到比那些与直线上平移群同构的变换群还要普遍的变换群上去, 特别是, 它可以运用到 n 维平移群的情形.

---

① $\underset{N\to\infty}{\text{l.i.m.}} \frac{1}{N+1}\sum_{N=0}^{N} f(T^n x) = \int_0^1 f(x)\mathrm{d}x$ 表示 $\underset{N\to\infty}{\text{Lim}} \int_0^1 \left|\frac{1}{N+1}\sum_{N=0}^{N} f(T^n x) - \int_0^1 f(x)\mathrm{d}x\right|^2 \mathrm{d}x = 0$. (l.i.m. 是平均值的极限 (limit in the mean) 的意思). —— 日译者注

三维的情形在物理上是重要的. 时间平衡的空间比拟就是空间的均匀性, 这个理论像均匀气体、均匀流体或均匀固体的理论一样建立在三维的各态历经理论的应用上. 有时, 一个三维的非各态历经平移变换群, 好像是不同状态混合起来的平移集; 它使得在一给定时刻只存在这个状态或那个状态, 而不存在两者的混合状态.

统计力学的重要概念之一, 同时也能用在古典热力学中的, 就是熵的概念. 它首先是用来反映相空间中的一种性质, 即表示相空间区域的概率测度的对数. 例如, 假设在一个瓶中有 n 个粒子, 这个瓶被分为 A 和 B 两部分; 让我们从动力学上来考虑这 n 个粒子系统的情形. 如果 m 个粒子在 A 中, $n-m$ 个粒子在 B 中, 那么相空间中某个区域就特征化了：它具有一定的概率测度. 这概率测度的对数就是 m 个粒子在 A 中, $n-m$ 个粒子在 B 中这种分布的熵. 这个力学系统大部分时间所处的状态将接近最大熵的状态, 也就是说, 在大部分时间内, 约有 m_1 个粒子将在 A 中, $n-m_1$ 个粒子将在 B 中, 而 m_1 个在 A 中 $n-m_1$ 个在 B 中的组合概率最大. 这意味着, 对于由大量粒子构成的系统和实际上可能识别的状态说, 如果系统中粒子状态的分布使系统的熵不为最大, 那么我们就观察到系统以后的变化几乎总是使得熵增加.

在关于热机这种普通的热力学问题中, 我们处理问题的条件是：在汽缸这样大的区域内大致达到了热平衡. 我们要研究的是熵的那些状态, 它们是在给定温度和体积下熵为最大, 或者是那些在我们所采用的某个温度下, 对全部体积中的少数区域熵为最大的那些状态. 即使我们去更详细地讨论热机, 甚至讨论像涡轮机这种气体膨胀方式比汽缸中的更为复杂的热机, 上述条件也没有什么根本的改变. 我们这时仍然可以谈到局部的温度, 而且近似程度非常的好, 虽然只有在平衡状态并用只对平衡状态有意义的方法才能精确地决定温度. 但是, 在生命物质中, 甚至这种大致的均匀性也很难找到. 我们用电子显微镜可以看到蛋白质具有非常确定和精确的结构. 它的生理现象肯定是同样精细的. 这种精细的程度远远超过通常温度计的“时-空”标度的精细程度, 因此, 用普通温度计读出的有生命组织的温度, 只是粗略的平均值, 不是真正的热力学温度. 吉布斯的统计力学可以作为躯体内部变化情形的非常合适的模型; 但普通热机提供的图景就完全不对头. 肌肉动作的热效率几乎没有什么意义, 它肯定不是意味它表面上所显示的那种意义.

统计力学中有个很得要的观念, 这就是麦克斯韦妖的观念. 假设有一气体, 其中的粒子按照给定温度下绝计平衡的速度分布而运动. 对于理想气体, 这个分布是麦克斯韦分布. 假定现在将这气体装在一个坚固的容器中, 器内有一壁隔在中间, 壁上有一可以打开的小门, 由一守门者来管理; 这守门者可以是个类人妖, 也可以是个小的机械装置. 当大于平均速度的粒子从室 A 趋近门或小于平均速度的粒子从室 B 趋近门时, 守门者就打开门, 粒子通过它; 但当小于平均速度的粒子从室 A 趋近门或大于平均速度的粒子从室 B 趋近门时, 门就被关上. 这样, 室 B 中集中的高

速度粒子在不断增加, 而室 A 的则不断减少. 这显然使熵不断减少; 因此, 如果这时用一个热机把这两个室连接起来, 我们似乎就得到第二类永动机.

拒绝由麦克斯韦妖产生的问题要比解答这个问题简单. 否认这种东西或这种结构存在的可能性是最容易不过的事了. 实际上我们下面将看到, 对一个处在平衡状态系统, 严格意义上的麦克斯韦妖不可能存在; 可是如果我们一开始就接受这一点而不加以论证, 那我们就要失去一个难得的机会来学习关于熵和关于在物理学上、化学上、生物学上为可能的系统的知识.

麦克斯韦妖在动作以前, 必须收到有关前来的粒子的速度和它们碰到壁上的位置的信息. 因此, 无论在这些碰撞中是否发生能量的传递, 麦克斯韦妖和气体之间必然要有相互联系. 我们知道, 熵增加定律只能适用于完全孤立的系统, 并不适用于系统的非孤立部分. 因此, 我们要关心的仅仅是气体-妖这个系统的熵, 不是气体的熵. 气体的熵仅仅是这个大系统的总熵的一部分. 问题是, 我们能不能同时求出麦克斯韦妖对总熵贡献的那一部分熵呢?

完全可以肯定, 我们能. 麦克斯韦妖只有根据收到的信息才能动作, 而这些信息, 如我们在下一章看到的, 表示一负熵. 信息必须通过某种物理过程来传递, 譬如说通过某种形式的辐射来传递. 这些信息当然完全可以在很低的能量下传递, 而且粒子与麦克斯韦妖之间能量传递的意义一般比信息传递的意义小得多. 但是, 根据量子力学, 如果我们不积极去影响试验粒子的能量, 使得它超过某一极小值 (由试验所用光的频率决定), 我们要得到有关粒子位置和动量的任何信息都是不可能的, 要同时得到位置和动量的任何信息就更不可能了. 因此, 所有各种联系严格说来都是能量的耦合; 一个处在统计平衡状态的系统, 就是对熵和对能量这两者都达到平衡的系统. 麦克斯韦妖早晚总要陷于和它周围温度相应的无规运动, 正像莱布尼茨所说的某些单子 (monads) 一样, 它收到大量的微小印象, 以致陷于“晕头转向”而没有清楚的知觉. 事实上, 这时麦克斯韦妖已不再作为麦克斯韦妖而动作了.

虽然如此, 在麦克斯韦妖失去调制力以前还是有一段相当显著的时间, 我们可以认为它在这段时间中的动作状态是亚稳的. 我们没有理由认为亚稳的麦克斯韦妖事实上不存在; 其实, 我们完全可以认为酶就是亚稳的麦克斯韦妖, 不过它的熵减少也许不是由于快粒子和慢粒子的分离, 而是由于其他某种相当的过程. 我们可以用这个见解来看待生命机体, 例如人本身. 酶和生命机体肯定都是亚稳的：酶的稳定状态就是失去调制力, 生命机体的稳定状态就是死亡. 所有的催化剂最终都要中毒：它们能够改变反应速度, 但不能改变真正的平衡状态. 然而, 催化剂和人都具有充分确定的亚稳状态, 而且应当认为这些状态具有相对持久性.

在结束本章时, 我想指出, 各态历经理论是一个比以上讨论的更广泛得多的论题. 目前它又获得了某些发展, 有人已经证明了, 对变换集保持不变的测度可以直接通过这个变换集自身来定义, 不需预先假定它存在. 这里, 我特别要提到伯克霍

夫 (Крылов) 和 Bogoliouboff 的工作, 还有 Hurewicz 和日本学派的一些工作.

下一章专门讨论时间序列的统计力学. 这是另外一个领域, 在这个领域中, 我们遇到的条件和热机统计力学中遇到的条件非常不同, 因此它很适合用来作为生命机体变化过程的模型.

第三章　时间序列、信息和通信

在很大一类现象中, 我们所观测的往往是一个分布在各时刻的数量, 或一系列数量. 连续记录的温度计记录下来的温度, 股票交易所每日的股票牌价, 气象局逐日公布的全部气象数据, 都是连续的或离散的、简单的或多重的时间序列. 这些时间序列都是变化比较慢的, 很适合用笔算或用计算尺和计算机这类普通的数字计算工具来处理. 它们属于普通统计理论研究的范围.

电话线、电视线路或雷达装置部件中迅速变化着的电压序列, 在一般现象中是不常见到的; 它们同样属于统计学和时间序列理论的研究范围, 虽然用来组合和变换这些电压的装置一般必须动作得很快, 以便使输出的结果能够和高速变化的输入同步. 电话接受器、滤波器、贝尔电话研究所的 Vocoder① 那样的声音自动编码装置、调频网络和它的相应接受器, 所有这些本质上都是高速演算的装置, 它们抵得上整个统计研究室的全部计算机器、计算表和计算员. 如同防空炮火控制系统中的自动测距器和自动描准器一样, 使用这些装置所必须的机巧是事先就设计在其中了. 这样做的原因和防空炮火控制系统的情形一样, 都是由于操作过程工作得太快, 不容许人去插手.

无论在计算工作室或在电话线路中, 时间序列和处理时间序列的装置都要涉及到信息的记录、储藏、传递和使用等问题. 这里的信息是什么, 如何测量它? 最简单最基本的信息形式, 就是对两个具有相同概率的二中择一的简单事件所作选择的记录, 选择时不是这个事件就是那个事件一定要发生. 例如, 掷硬币时花或字的选择记录就是这种形式的信息. 我们把一次这种二中择一的选择叫做一次决断. 现在, 如果事前已知某个量落在 A 和 B 之间, 且以先验的均匀概率落在这个区间中的任何一点, 试求对这个量进行完全精确测量后获得的信息量. 我们将看到, 如果令 $A=0$ 和 $B=1$, 并以二进位制的无穷二进位小数. $a_1a_2\cdots a_n$ 表示这个变量, 这里每个 $a_1,a_2,\cdots$ 的数值或为 0 或为 1, 则所作选择的次数为无限次, 因而所求的信息量为无限大. 这里,

$$a_1a_2\cdots a_n\cdots=\frac{1}{2}a_1+\frac{1}{2^2}a_2+\frac{1}{2^3}a_3+\cdots\frac{1}{2^n}a_n+\cdots. \tag{3.1}$$

但是, 任何实际进行的测量都不是完全精确的. 如果测量具有一均匀分布的误

① Vocoder ——“合成” 电话的装置，在这种电话中, 简化了的指挥信号代替真正的语言信号在通信线路上传输, 这些简化的信号是在输出端经过对语言的分析而产生的. 在接收端, 经过指挥信号 (它决定于音调的高低强弱和节律等) 的操纵, 原来的语言又被人工地合成出来.—— 俄译者注

差, 落在 $b_1b_2\cdots b_n\cdots$ 范围内, 这里 b_k 是头一位不等于 0 的数字, 则所有从 a_1 到 a_{k-1}(可能还到 a_k) 的决断才是有意义的, 所有以后的决断都没有意义. 这时, 需作决断的次数一定接近于

$$-\log_2 b_1b_2\cdots b_n\cdots,^{①} \tag{3.2}$$

我们将用这个量作为信息量的精确公式, 同时就把它作为信息量的定义.

我们可以如下地来考虑这个定义: 事前已知一变数落在 0 到 1 之间, 事后得知它落在 (0,1) 中的区间 (a,b) 上. 于是我们从事后知识中得到的信息量为

$$-\log_2 \frac{(a,b)\text{的测度}}{(0,1)\text{的测度}}. \tag{3.3}$$

然后, 让我们现在来考虑另外一种情形: 我们事前的知识是已知某个量应落在 x 到 $x+\mathrm{d}x$ 之间的概率为 $f_1(x)\mathrm{d}x$, 事后的知识是得知这概率为 $f_2(x)\mathrm{d}x$. 试问, 事后的知识给了我们多少新的信息?

这个问题实质上是把曲线 $y=f_1(x)$ 和 $y=f_2(x)$ 下的区域的大小用某种宽度来表示[②]. 应当注意, 我们这里要假定变数 x 具有基本均匀分布, 就是说, 如果用 x^3 或任何 x 的其他函数来代替 x, 我们的结果一般不会相同. 由于 $f_1(x)$ 是概率密度, 我们有

$$\int_{-\infty}^{\infty} f_1(x)\mathrm{d}x = 1, \tag{3.4}$$

因而, $f_1(x)$ 下区域宽度的平均对数可以看成 $f_1(x)$ 倒数的对数之高度的某种平均. 因此, 相应于曲线 $f_1(x)$ 的信息量的合理测度为[③]

$$\int_{-\infty}^{\infty} [\log_2 f_1(x)] f_1(x)\mathrm{d}x. \tag{3.5}$$

这个我们把它定义为信息量的量, 是通常在类似情况下定义为熵的那个量的负数. 虽然这定义是个统计学的定义, 而且能代替 Fisher 统计方法中的定义, 但它并不就是 Fisher 在研究统计问题时所下的那个定义.

特别, 当 $f_1(x)$ 在 (a,b) 上为常数而在其他各处为 0 时,

$$\int_{-\infty}^{\infty} [\log_2 f_1(x)] f_1(x)\mathrm{d}x = \frac{b-a}{b-a}\log_2\frac{1}{b-a} = \log_2\frac{1}{b-a}. \tag{3.6}$$

---

① $-\log_2 b_1b_2\cdots b_n\cdots = \log_2 \dfrac{1}{b_1b_2\cdots b_n\cdots}$. —— 中译者注

② “用某种宽度来表示”—— 设 $a<b, x=a$ 和 $x=b$ 及 $y=f(x), y=0$ 所包括的部分的面积, 便是 $a\leqslant x\leqslant b$ 的概率, 信息量应当决定于概率. 表示这种信息的曲线, 可以将 $y=f(x)$ 的曲线在各 x 上向 y 方向移动某种程度而得到. 这就叫做用某种宽度来表示.—— 日译者注

③ 这里引用了作者与冯　诺依曼的私人通信内容.

将上式所表示的信息与一处在 (0,1) 区间中的点的信息比较, 我们就得到差的测度:

$$\log_2 \frac{1}{b-a} - \log_2 1 = \log_2 \frac{1}{b-a}. \tag{3.7}$$

将变数 x 推广到在二元或多元区域上变动的变数时, 上述信息量的定义仍然适用. 在二元的场合, 函数 $f(x,y)$ 便得

$$\int_{-\infty}^{\infty} \mathrm{d}x \int_{-\infty}^{\infty} \mathrm{d}y f_1(x,y) = 1; \tag{3.8}$$

而信息量则为

$$\int_{-\infty}^{\infty} \mathrm{d}x \int_{-\infty}^{\infty} \mathrm{d}y f_1(x,y) \log_2 f_1(x,y). \tag{3.8$_1$}$$

注意, 如果 $f_1(x,y)$ 的形式为 $\varphi(x)\psi(y)$, 而且

$$\int_{-\infty}^{\infty} \varphi(x)\mathrm{d}x = \int_{-\infty}^{\infty} \psi(y)\mathrm{d}y = 1, \tag{3.8$_2$}$$

则

$$\int_{-\infty}^{\infty} \mathrm{d}x \int_{-\infty}^{\infty} \mathrm{d}y \varphi(x)\psi(y) = 1; \tag{3.8$_3$}$$

并有

$$\begin{aligned} &\int_{-\infty}^{\infty} \mathrm{d}x \int_{-\infty}^{\infty} \mathrm{d}y f_1(x,y) \log_2 f_1(x,y) \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \mathrm{d}x \varphi(x) \log_2 \varphi(x) + \int_{-\infty}^{\infty} \mathrm{d}y \psi(y) \log_2 \psi(y), \end{aligned} \tag{3.8$_4$}$$

即来自独立信源的信息量是可加的.

固定问题中一个或多个变数而求由此获得的信息量, 是一个有趣的问题. 例如, 假定变数 u 落在 x 到 $x+\mathrm{d}x$ 之间的概率为 $\frac{1}{\sqrt{2\pi a}}\mathrm{e}^{-\frac{x^2}{2a}}\mathrm{d}x$, 变数 v 落在同一范围内的概率为 $\frac{1}{\sqrt{2\pi b}}\mathrm{e}^{-\frac{x^2}{2b}}\mathrm{d}x$. 如果得知 $u+v=w$, 我们由此获得多少关于 u 的信息? 这里, 显然有 $u=w-v$, 而 w 的值是固定的. 我们假设 u 和 v 的事前分布是彼此独立的. 于是, u 的事后分布正比于

$$\mathrm{e}^{-\frac{x^2}{2a}} \mathrm{e}^{-\frac{(w-x)^2}{2b}} = c_1 \mathrm{e}^{-(x-c_2)^2 \frac{a+b}{2ab}}, \tag{3.9}$$

式中 c_1 和 c_2 都是常数. 这两个常数在由于 w 固定而增加的信息量的表示式中都不出现.

当我们得知 w 的值时, 关于 u 的信息量的增加由上式可知为

$$\begin{aligned}&\frac{1}{\sqrt{2\pi\dfrac{ab}{a+b}}}\int_{-\infty}^{\infty}\mathrm{e}^{-(x-c_2)^2\frac{a+b}{2ab}}\left[-\frac{1}{2}\log_2 2\pi\frac{ab}{a+b}-(x-c_2)^2\frac{a+b}{2ab}\right]\mathrm{d}x\\&-\frac{1}{\sqrt{2\pi a}}\int_{-\infty}^{\infty}\mathrm{e}^{-\frac{x^2}{2a}}\left[-\frac{1}{2}\log_2 2\pi a-\frac{x^2}{2a}\right]\mathrm{d}x\\=&\frac{1}{2}\log_2\frac{a+b}{b}.\end{aligned}\tag{3.9$_1$}$$

注意, $(3.9)_1$ 式的值是正的, 且与 w 无关. 它是 u 和 v 的均方的和除以 v 的均方的对数的一半. 如果 v 只在小范围内变化, 则由 $u+v$ 的知识提供我们关于 u 的信息量将很大, 当 b 趋于 0 时它为无限大.

我们可以用下面的解释来考虑这个结果. 我们把 u 当作消息而 v 当作噪声. 于是, 在无噪声存在时, 由正确消息带来的信息量为无限大. 有噪声存在时, 信息量则是有限的, 随着噪声强度的增加, 它非常迅速地趋于 0.

我们说过, 信息量是一个可以看作概率的量的对数的负数, 它实质上就是负熵. 下面我们来证明一件有趣的事：信息量的平均具有熵的各种性质.

令 $\varphi(x)$ 和 $\psi(x)$ 是两个概率密度; 于是 $\dfrac{\varphi(x)+\psi(x)}{2}$ 也是一概率密度. 我们有

$$\begin{aligned}&\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\varphi(x)+\psi(x)}{2}\log\frac{\varphi(x)+\psi(x)}{2}\mathrm{d}x\\&\leqslant\left\{\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\varphi(x)}{2}\log\varphi(x)\mathrm{d}x+\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\psi(x)}{2}\log\psi(x)\mathrm{d}x\right\}.\end{aligned}\tag{3.10}$$

这是由下一关系导出的：

$$\frac{a+b}{2}\log\frac{a+b}{2}\leqslant\frac{1}{2}(a\log a+b\log b).\tag{3.11}$$

换句话说, $\varphi(x)$ 和 $\psi(x)$ 下区域的交迭, 使得关于 $\varphi(x)+\psi(x)$ 的最大信息量减少. 另一方面, 如果 $\varphi(x)$ 是一在 (a,b) 以外为零的概率密度, 则当 $\varphi(x)$ 在 (a,b) 上为 $\varphi(x)=\dfrac{1}{b-a}$ 而在其他各处为零时,

$$\int_{-\infty}^{\infty}\varphi(x)\log\varphi(x)\mathrm{d}x\tag{3.12}$$

是极小值, 这是由于对数曲线向上凸的缘故.

如我们所应当预期的, 信息损失的过程与熵增加过程十分相似. 信息损失过程发生在原来是彼此分开的各个概率区域有相互融合的时候. 例如, 当我们把某个变数的分布用该变数之函数的分布来代替, 而这函数对该变数的不同值取相同值时,

或者, 当我们允许一个多变数函数中的某个变数任意地在其自然变域上变动时, 我们就损失信息. 对消息作任何操作都不能使平均信息量增加. 这里, 热力学第二定律对通信工程完全适用. 反过来, 对一暧昧事件的详细整理, 如我们所看到的, 一般将使平均信息量增加, 而不会损失信息①.

下面的情形是很有趣的. 我们有一个变数为 $(x_1, \cdots, x_n)$ 的 n 元概率分布密度 $f(x_1, \cdots, x_n)$, 同时还有 m 个非独立变数 $y_1, \cdots, y_m$. 当固定这 m 个变数时, 我们由此获得的信息量是多少? 首先, 假定它们被固定在 $y_1^*, y_1^* + \mathrm{d}y_1^*; \cdots y_m^*, y_m^* + \mathrm{d}y_m^*$ 之间. 让我们取 $x_1, x_2, \cdots, x_{n-m}, y_1, y_2, \cdots, y_m$ 作为新的变数集合. 这时, 对新的变数集, 我们的分布函数在 $y_1^* \leqslant y_1 \leqslant y_1^* + \mathrm{d}y_1^*, \cdots, y_m^* \leqslant y_m \leqslant y_m^* + \mathrm{d}y_m^*$ 决定的区域 R 上将与 $f(x_1, \cdots, x_n)$ 成正比, 而在 R 以外为零. 因此, 由于规定 y 而获得的信息量为

$$\frac{\underbrace{\int \mathrm{d}x_1 \cdots \int}_{R} \mathrm{d}x_n f(x_1, \cdots, x_n) \log_2 f(x_1, \cdots, x_n)}{\underbrace{\int \mathrm{d}x_1 \cdots \int}_{R} \mathrm{d}x_n f(x_1, \cdots, x_n)}$$

---

① 设 $K(\varphi) = \begin{cases} \varphi \log \varphi & \varphi > 0 \\ 0 & \varphi = 0 \end{cases}$, $b - a > 0$, 设想未必不相异的 n 个点, $(\varphi_i, K(\varphi_i))(i = 1, 2, \cdots, n)$ $\left(\text{但} \dfrac{1}{n}\sum\limits_{i=1}^{n} \varphi_i = \dfrac{1}{b-a}\right)$ 如果在这些点上各个给予质量 $\dfrac{1}{n}$ 时的质量中心为 C, 则

$$C = \left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} \varphi_i, \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} K(\varphi_i)\right) = \left(\frac{1}{b-a}, \frac{1}{b-a}\sum_{i=1}^{n} \frac{b-a}{n} \cdot K(\varphi_i)\right).$$

这个点 C 属于包含上面 n 个点的最小的凸集合. 因为 $\dfrac{\mathrm{d}^2 K(\varphi)}{\mathrm{d}\varphi^2} = \dfrac{1}{\varphi} > 0$, 所以 $y = K(\varphi)$ 的曲线在下方是凸的. 所以重心 C 的纵坐标是在 $K\left(\dfrac{1}{b-a}\right)$ 的上面. 因此, $\sum\limits_{i=1}^{n} \dfrac{b-a}{n} K(\varphi_i) \geqslant (b-a) K\left(\dfrac{1}{b-a}\right) = \log \dfrac{1}{b-a}$.(∗) 在这里能成立等号的, 只限于所有 n 个点都与 $\left(\dfrac{1}{b-a}, K\left(\dfrac{1}{b-a}\right)\right)$ 一致的时候. 如果当 $n \to \infty$, 那么这对于在 $a \leqslant x \leqslant b$ 中以密度 $\varphi(x)$ 分布的概率分布 $\left(\int_a^b \varphi(x)\mathrm{d}x = 1\right)$ 中, 使得所得到的信息量 $\int_a^b \varphi(x) \log \varphi(x) \mathrm{d}x$ 为最小的, 只限于 $\varphi(x) = \dfrac{1}{b-a}$ 的时候, 而且, 这时候的信息量与 $\log \dfrac{1}{b-a}$ 相对应.

其次是如上面 (∗) 所证明, 如果在 $\varphi_i (i = 1, 2, \cdots, n)$ 之中愈接近于 $\dfrac{1}{b-a}$ 的值的东西, 质量中心的纵坐标便愈小, 即信息量 $\int_a^b \varphi(x) \log \varphi(x) \mathrm{d}x$, 如果在 $\varphi(x)$ 中接近于 $\dfrac{1}{b-a}$ 的值的东西越多, 便愈接近最小值 $\log \dfrac{1}{b-a}$. 又上面的 $\log \dfrac{1}{b-a}$, 如果 $(b-a)$ 愈大便愈小. 即概率分布的范围 $a \leqslant x \leqslant b$ 越广, 那么对应于此的信息的最小值 $\log \dfrac{1}{b-a}$ 便愈小. —— 日译者注

$$
\begin{aligned}
&-\int_{-\infty}^{\infty}\mathrm{d}x_1\cdots\int_{-\infty}^{\infty}\mathrm{d}x_n f(x_1,\cdots,x_n)\log_2 f(x_1,\cdots,x_n)\\
=&\frac{\displaystyle\int_{-\infty}^{\infty}\mathrm{d}x_1\cdots\int_{-\infty}^{\infty}\mathrm{d}x_{n-m}\left|J\begin{pmatrix} y_1^*,\cdots,y_m^* \\ x_{n-m+1},\cdots,x_n\end{pmatrix}\right|^{-1} f(x_1,\cdots,x_n)\log_2 f(x_1,\cdots,x_n)}{\displaystyle\int_{-\infty}^{\infty}\mathrm{d}x_1\cdots\int_{-\infty}^{\infty}\mathrm{d}x_{n-m}\left|J\begin{pmatrix} y_1^*,\cdots,y_m^* \\ x_{n-m+1},\cdots,x_n\end{pmatrix}\right|^{-1} f(x_1,\cdots,x_n)}\\
&-\int_{-\infty}^{\infty}\mathrm{d}x_1\cdots\int_{-\infty}^{\infty}\mathrm{d}x_n f(x_1,\cdots,x_n)\log_2 f(x_1,\cdots,x_n). \qquad (3.13)
\end{aligned}
$$

(3.13) 式的推广问题与下一问题有密切关系：在上述场合下, 仅仅关于变数 $x_1,\cdots,x_{n-m}$ 的信息是多少? 我们知道, 这些变数的事前概率密度为

$$
\int_{-\infty}^{\infty}\mathrm{d}x_{n-m+1}\cdots\int_{-\infty}^{\infty}\mathrm{d}x_n f(x_1,\cdots,x_n); \tag{3.14}
$$

固定 y^* 后, 未规格化的概率密度为

$$
\sum\left|J\begin{pmatrix} y_1^*,\cdots,y_m^* \\ x_{n-m+1},\cdots,x_n\end{pmatrix}\right|^{-1} f(x_1,\cdots,x_n), \tag{3.14$'$}
$$

式中 $\sum$ 表示对相应于给定一组 y^* 的所有 $(x_{n-m+1},\cdots,x_n)$ 点集求和. 在这个基础上, 我们很容易就能写下问题的解答, 虽然它少许长些. 如果把集 $(x_1,\cdots,x_{n-m})$ 当作广义消息; 把集 $(x_{n-m+1},\cdots,x_n)$ 当作广义噪声; 把 y^* 当作被干扰后的广义消息, 我们看到, 我们给出了推广 (3.13) 问题的解.

这样, 我们至少在形式上得到了推广前面提到的消息噪声问题的解. 一组观测可以和一组已知其联合分布的消息和噪声具有任意的关系. 我们要确定的是这些观察提供我们多少仅仅关于消息的信息. 这是通信工程的中心问题. 根据这个问题, 我们能够评伦调幅、调频或调相这类不同的调制方法, 以至它们在传递信息方面的效率. 这是个技术问题, 这里不适宜作详细讨论; 但多少还要说一说. 首先, 我们能证明：根据前面的信息定义, 如果天空中杂乱 “天电” 的功率具有均匀的频率分布, 如果消息被限制在一定的频带内, 而且在这频带内的输出功率也是一定的, 则任何传递信息的方法都没有调幅方法的效率大, 虽然其他方法也可以达到同样的效率. 但是, 对于用耳或任何其他给定的接受器来接受说, 用调幅方法传递信息不一定是最适当的形式. 这里, 我们必须建立一个和上述理论极其类似的理论, 来考虑耳朵和其他接受器的特殊性质. 一般说, 为了有效地使用调幅或任何其他的调制形式, 必须辅助使用一个适当的译码装置, 以便把收到的信息变换为适合人的接收器或机械接收器接收的形式. 同样, 原来的消息也必须代码化, 以便用最压缩的形式传递出去. 这个问题在贝尔电话研究所设计 Vocoder 系统时就已经解决了, 至少部分地解

决了, 有关的一般理论也已由这个研究所的香农博士以非常令人满意的形式提了出来[①].

测量信息的定义和方法就是如此. 下面我们来讨论一种可以使信息具有对时间均匀的形式的方法. 我们知道, 电话和其他通信工具在实际上大都不依赖于特定的时间原点. 诚然, 有一种操作似乎与此矛盾, 但其实不是这样. 这是指调制操作. 最简单的调制形式是把消息 $f(t)$ 变换为 $f(t)\sin(at+b)$ 的形式. 但是, 如果我们把因子 $\sin(at+b)$ 当作插进装置中的额外消息, 这种情况就可以归入上述一般理论的范围加以讨论. 我们称为载波的这个额外消息, 并不使通信系统的单位时间信息输送量有任何增加. 它所包含的全部信息在任意短的时间间隔内被传递出去, 以后, 就不再有什么新的信息了.

因此, 一个时间上均匀的消息, 或者如统计学家所称的, 一个处在统计平衡的时间序列, 就是这样的一个时间函数或时间函数集：它是由许多这种函数集构成的系综中的一个元, 系综中每个元都有一可定义的概率, 而且当时间 t 变为 $t+\tau$ 时, 这概率分布不变. 就是说, 如果 T^λ 是使 $f(t)$ 变为 $f(t+\lambda)$ 的运算子, 则系综的概率对于 T^λ 构成的变换群保持不变. 这个群满足性质：

$$T^\lambda[T^\mu f(t)] = T^{\mu+\lambda} f(t), \quad -\infty < \lambda < \infty, -\infty < \mu < \infty. \tag{3.15}$$

由此可知, 如果 $\varPhi\{f(t)\}$ 是 $f(t)$ 的泛函 (即一依赖于 $f(t)$ 在 t 由 $-\infty$ 到 ∞ 中的全部历史的数), 且 $f(t)$ 对整个系综的平均是有限的, 我们就可以引用上一章的伯克霍夫各态历经定理而得出结论：除了对概率为零的 $f(t)$ 的数值集以外, $\varPhi\{f(t)\}$ 的时间平均

$$\lim_{A\to\infty}\frac{1}{A}\int_0^A \varPhi\{f(t+\tau)\}\mathrm{d}\tau = \lim_{A\to\infty}\frac{1}{A}\int_{-A}^0 \varPhi\{f(t+\tau)\}\mathrm{d}\tau \tag{3.16}$$

是存在的.

此外还有一结果. 我们在上一章讲到过另一个由冯 诺依曼提出的关于各态历经理论的定理, 这个定理说, 如果一系统在保测变换群 (3.15) 作用下仍变为自身, 则除了对概率为 0 的元以外, 系统的任一个元都属于在同一变换群作用下仍变为自身的某一子集 (可以是整个系统自身), 这子集具有一定义在自身上的测度, 它在上述变换群作用下也保持不变; 此外, 这子集还有如下的性质：如果它的任一部分具有对上述变换群保持不变的测度, 则这测度或者等于整个子集的测度, 或者为零[②].

---

① 详见 Shannon C E. *The mathematical Theory of Communication*. Univ. of Illinois Press, 1949. —— 日译者注

② 如果把在这里所讲的事用符号来写便成为下面这样：把 $\varOmega$ 作为函数的系综 (ensemble) 的全体, 把 N 作为 “除外系综”. $\varOmega$ 中有测度 m 的定义 $m(N)=0$, $\varOmega-N$ 分为所谓 “各态历经部分” $\varOmega_\lambda$ 的直和. $\varOmega_\lambda$ 对于保测变换群不变, 而且有不变测度 m_λ, 如果 $\varOmega_\lambda$ 的部分系综 M_λ 对于 F 不变, 则 $m_\lambda(M_\lambda)=m_\lambda(\varOmega_\lambda)$ 或者 0. —— 日译者注

如果我们不考虑所有不属于这子集[①] 的元, 并使用它的适当的测度, 我们将发现, 时间平均 (3.16) 几乎在所有情况下都是 $\Phi\{f(t)\}$ 在整个 $f(t)$ 函数空间上的平均, 即所谓相平均. 因此, 在上述函数 $f(t)$ 的系综的场合, 除了对概率为零的情形, 我们都能用时间平均代替相平均的方法, 根据系综中任一时间序列的记录, 以求出系综的任一统计参数的平均 —— 实际上我们能同时求出系综的任一可数统计参数集. 而且, 我们几乎只要知道这些时间序列中的任何一个序列的过去就够了. 换句话说, 当给定已知属于一统计平衡系综的某一时间序列在现在以前的全部历史时, 我们就能以误差概率为零的精度计算出该时间序列所属的统计平衡系综的整个统计参数集. 上面表述的理论都是对简单时间序列而言的; 但这些理论对于具有几个同时变化的变量而非具有一个变量的多重时间序列同样正确.

我们现在可以用上述理论来讨论有关时间序列的各种问题了. 我们只限于考虑如下场合的时间序列：它的全部过去能够用可数个量的集决定. 例如, 对于范围很广的一类函数 $f(t)(-\infty < t < +\infty)$, 当已知一组量：

$$a_n = \int_{-\infty}^{0} \mathrm{e}^t t^n f(t)\mathrm{d}t, \quad n = 0, 1, 2, \cdots \tag{3.17}$$

时, f 就完全被决定. 令 A 为未来的 t 值的某一函数, 即 A 为大于零的 t 值的函数. 于是, 当函数 f 集[②] 在最窄狭可能的意义上被取定时, 我们就能根据几乎任意一个时间序列的过去来决定 $(a_0, a_1, \cdots, a_n, A)$ 的同时分布. 特别, 如果 $a_0, \cdots, a_n$ 全部给定, A 的分布就可以决定. 这里, 我们要用到 Nikodym 关于条件概率的著名定理. 由这个定理可知, 在很普遍的情况下, 这分布当 $n \to \infty$ 时收敛到一极限, 而这个极限分布将提供我们关于任一未来量分布的全部知识. 同样, 如果知道了过去, 我们就可以决定任何一组未来量的数值的同时分布, 或任何一组决定于过去和未来两方面的量的数值的同时分布. 因此, 如果我们对任何统计参数或统计参数集的 "最优值" 都能作出适当的解释 —— 多半是在平均值或中值或众值的意义上, 我们就能由这个已知分布把它们计算出来, 得到一个就其优良程度而言能够满足我们所要求的预测准则的预测. 我们能够用任意的统计估计方法 —— 均方误差或最大误差或平均绝对误差等等, 来计算这预测的价值. 我们能够计算因固定过去而提供我们的关于任一统计参数或统计参数集的信息量. 由关于过去的知识, 我们甚至能计算某一瞬间以后全部未来的总信息量. 由于我们一般地能够由过去推知未来, 所以, 即使上述的瞬间就是现在, 我们关于现在的知识中也会包含无限大的信息量.

① 即 $f \notin N$, 因之对于某 λ 是 $f \in \Omega_\lambda$, 作为测度而使用 m_λ(m_λ 对于 Ω_λ 的部分系综以外的 Ω 的任意的部分系综 M, 同时都是 $m_\lambda(M) = 0$). Ω_λ 是各态历经的, 所以用 m_λ 测量把测度为 0 的 $f \in \Omega_\lambda$ 除去, (3.16) 便等于 $\int_{\Omega\lambda} \Phi(f(t)) m_\lambda(\mathrm{d}f)$. —— 日译者注

② 意思是在上面所说的时间平均 = 相平均能使用的那种统计的平衡的系综中选取出来的 f. —— 日译者注

另一有趣的情形是多重时间序列的情形, 在这情形下, 我们仅仅精确地知道它的若干成分的过去. 任何一个不仅仅依赖于这些过去的量的分布, 都能用十分类似上述的方法来研究. 特别, 我们可以推知其他成分的数值或其他一组成分的数值集在过去、现在或未来某一瞬间的分布. 滤波器的一般问题就属于这一类问题. 假定消息和噪声以一定方式混合为一个被扰乱了的消息, 而我们知道这被扰乱消息的过去. 我们也知道作为时间序列的这消息和噪声的统计联合分布. 现在要求过去、现在或未来某一瞬间的消息分布. 就是说, 我们要求出一个作用于被扰乱消息的过去的运算子, 它能在一定的统计意义上最优地给出真实的消息. 我们可以得到一个估计消息的误差程度的统计估计方法. 最后, 我们可以计算由这消息获得的信息量.

下面一种时间序列系综特别简单而重要. 这就是布朗运动的时间序列系综. 布朗运动是气体中粒子受到其他做热运动的粒子的无规则碰撞而产生的一种运动. 这方面的理论是由爱因斯坦、Smoluchowski, Perrin 和作者[①]等许多学者发展起来的. 在布朗运动的场合, 除非我们采取的时间间隔非常小, 使得粒子之间的个别碰撞都能一一分辨出来, 否则粒子的运动将呈现一种奇妙的不可微性. 在给定时间内, 粒子在任一给定方向上位移的平方平均和时间长度成正比, 而且在相继各时间间隔内的运动彼此完全不相关. 这和物理观测的结果非常符合. 如果我们把布朗运动的标度规格化为时间标度, 而且只考虑运动在坐标 x 上的分量, 并假设 $x(t)$ 在 $t=0$ 时等于 0, 则当 $0 \leqslant t_1 \leqslant t_2 \leqslant \cdots \leqslant t_n$ 时, 粒子在时间 t_1 落在 x_1 到 $x_1+\mathrm{d}x_1$ 之间, $\cdots\cdots$, 在时间 t_n 落在 x_n 到 $x_n+\mathrm{d}x_n$ 之间的概率为

$$\frac{\exp\left(-\dfrac{x_1^2}{2t_1}-\dfrac{(x_2-x_1)^2}{2(t_2-t_1)}-\cdots-\dfrac{(x_n-x_{n-1})^2}{2(t_n-t_{n-1})}\right)}{\sqrt{|(2\pi)^n t_1(t_2-t_1)\cdots(t_n-t_{n-1})|}}\mathrm{d}x_1\cdots\mathrm{d}x_n. \tag{3.18}$$

在与此对应的有确定值的这个概率系统的基础上, 我们能够用一个介于 0 到 1 之间的参数 α 来表示各种可能的布朗运动路径的集合, 每一路径表示为一函数 $x(t,\alpha)$, 这里, x 由时间 t 和分布参数 α 决定 (任一路径含于某一集 S 的概率等于 S 中相应路径的 α 值的集合的测度). 这样一来, 几乎所有的路径都是连续的, 但是不可微的.

决定 $x(t_1,\alpha)\cdots x(t_n,\alpha)$ 对 α 的平均, 是一个很有趣的问题. 在 $0\leqslant t_1\leqslant\cdots\leqslant t_n$ 的假定下, 这个平均是

$$\int_0^1 \mathrm{d}\alpha x(t_1,\alpha)x(t_2,\alpha)\cdots x(t_n,\alpha)$$

① Paley R E A C, Wiener N. Fourier Transforms in the Complex Domain. Colloquium Publications, Vol. 19. *American Math. Soc.*. New York, 1934. Chapter 10.

$$
\begin{aligned}
=&(2\pi)^{-\frac{n}{2}}[(t_1(t_2-t_1)\cdots(t_n-t_{n-1})]^{-\frac{1}{2}}\times\int_{-\infty}^{\infty}\mathrm{d}\xi_1 \\
&\cdots\int_{-\infty}^{\infty}\mathrm{d}\xi_n\cdot\xi_1\xi_2\cdots\xi_n\exp\left(-\frac{\xi_1^2}{2t_1}-\frac{(\xi_2-\xi_1)^2}{2(t_2-t_1)}-\cdots-\frac{(\xi_n-\xi_{n-1})^2}{2(t_n-t_{n-1})}\right). \quad (3.19)
\end{aligned}
$$

令

$$
\xi_1\cdots\xi_n=\sum A_k\xi_1^{\lambda_{k,1}}(\xi_2-\xi_1)^{\lambda_{k,2}}\cdots(\xi_n-\xi_{n-1})^{\lambda_{k,n}}, \quad (3.20)
$$

式中 $\lambda_{k,1}+\lambda_{k,2}+\cdots+\lambda_{\lambda,n}=n$. (3.19) 式的值将变为

$$
\begin{aligned}
&\sum A_k(2\pi)^{-\frac{n}{2}}[t_1^{\lambda_{k,1}}(t_2-t_1)^{\lambda_{k,2}}\cdots(t_n-t_{n-1})^{\lambda_{k,n}}]^{-\frac{1}{2}} \\
&\times\prod_j\int_{-\infty}^{\infty}\mathrm{d}\xi\cdot\xi^{\lambda_{k,j}}\mathrm{e}^{-\frac{\xi^2}{2(t_j-t_{j-1})}} \\
=\ &\sum A_k\prod_j\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{\infty}\xi^{\lambda_{k,j}}\mathrm{e}^{-\frac{\xi^2}{2}}\cdot\mathrm{d}\xi(t_j-t_{j-1})^{-\frac{1}{2}} \\
=\ &\begin{cases}0, & \text{若任一 } \lambda_{k,j} \text{ 为奇数;} \\ \displaystyle\sum_k A_k\prod_j(\lambda_{k,j}-1)(\lambda_{k,j}-3)\cdots5\cdot3\cdot(t_j-t_{j-1})^{-\frac{1}{2}}, & \end{cases} \quad (3.21)
\end{aligned}
$$

若每一 $\lambda_{k,j}$ 都为偶数,

$$
\begin{aligned}
&=\sum_k A_k\prod_j(\text{把 } \lambda_{k,j} \text{ 个项划分成对的方法的数目})\times(t_j-t_{j-1})^{-\frac{1}{2}} \\
&=\sum_k A_k(\text{把 } n \text{ 个项按如下方式划分成对的方法的数目: 使 } n=\sum\lambda_{k,j}\text{, 并把} \\
&\quad \text{它分布 } \lambda_{k,j} \text{ 个项的组的时候, 被划分好的任何一对的双方都属于同一个组}) \\
&\quad \times(t_j-t_{j-1})^{-\frac{1}{2}} \\
&=\sum_j A_j\sum\prod\int_0^1\mathrm{d}\alpha[x(t_k,\alpha)-x(t_{k-1},\alpha)]\times[x(t_q,\alpha)-x(t_{q-1},\alpha)]^{①}.
\end{aligned}
$$

式中第一个 $\sum$ 是对 j 求和; 第二个 $\sum$ 是对所有把 n 项分成相应个数目为 $\lambda_{k,1},\lambda_{k,2},\cdots,\lambda_{k,n}$ 的块后再分成一对对的方法求和; $\prod$ 是对如下的 k 和 q 的数

① $\int_0^1\mathrm{d}\alpha[x(t_k,\alpha)-x(t_{k-1},\alpha)][x(t_q,\alpha)-x(t_{q-1},\alpha)]=\int_0^1\mathrm{d}\alpha\cdot x(t_k,-t_{k-1},\alpha)x(t_q-t_{q-1},\alpha)$, 这个式子在 $k\neq q$ 的时候等于 0[对于相异的区间 (t_{k-1},t_k) 和 (t_{q-1},t_q) 来说, $x(t_k-t_{k-1},\alpha)$ 和 $x(t_q-t_{q-1},a)$ 是独立的, 因为各个的平均值都是 0], 如果 $k=q$, 则上式 $=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{\infty}\xi^2\frac{1}{\sqrt{t_k-t_{k-1}}}\exp\left(-\frac{\xi^2}{2(t_k-t_{k-1})}\right)\mathrm{d}\xi=(t_k-t_{k-1})$. —— 日译者注

值对取积：其中从 t_k 及 t_q 选出的 $\lambda_{k,1}$ 元素是 $t_1, \lambda_{k,2}$ 是 t_2, 以下类推. 由此直接得出如下结果：

$$\begin{aligned}&\int_0^1 \mathrm{d}\alpha x(t_1,\alpha)x(t_2,\alpha)\cdots x(t_n,\alpha)\\=&\sum\prod\int_0^1 \mathrm{d}\alpha x(t_j,\alpha)x(t_k,\alpha),\end{aligned} \tag{3.22}$$

式中 $\sum$ 是对所有把 $t_1,\cdots,t_n$ 划分为不同对的划分方法求和, $\prod$ 是对每一种划分中所有的对取积. 换句话说, 当我们知道一对一对 $x(t_j,\alpha)$ 的乘积的平均时, 我们就知道 $x(t_j,\alpha)$ 的所有多项式的平均, 因则也就知道它们的整个统计分布.

以上我们考虑的是 t 为正的布朗运动 $x(t,\alpha)$. 如果令

$$\begin{cases}\xi(t,\alpha,\beta)=x(t,\alpha), & t\geqslant 0,\\ \xi(t,\alpha,\beta)=x(-t,\beta), & t<0,\end{cases} \tag{3.23}$$

式中 α 和 β 彼此独立地均匀分布在 (0,1), 我们就得到 t 路过整个实数轴的 $\xi(t,\alpha,\beta)$ 的分布. 有一种大家都知道的数学方法, 能把一个正方形映象到一线段上, 使得面积变为长度. 为此我们只须将正方形内各点的坐标写为十进位制形式：

$$\alpha=0.\alpha_1\alpha_2\cdots\alpha_n\cdots,\quad \beta=0.\beta_1\beta_2\cdots\beta_n\cdots, \tag{3.24}$$

并令

$$\gamma=0.\alpha_1\beta_1\alpha_2\beta_2\cdots\alpha_n\beta_n.$$

这样我们就得到上述性质的映象：线段上的点和正方形中的点几乎是一一对应的. 利用这种变换, 我们定义

$$\xi(i,\gamma)=\xi(t,\alpha,\beta). \tag{3.25}$$

现在我们要来定义

$$\int_{-\infty}^{\infty} K(t)\mathrm{d}\xi(t,\gamma). \tag{3.26}$$

显然, 我们应当把它定义为 Stieltjes 积分[①]；但 ξ 是 t 的非常不规则函数, 因此直接作这样的定义是不可能的事. 然而, 如果当 $t\to\infty$ 时 K 足够快地趋于零, 而且是足够光滑的函数, 我们就有理由考虑其部分积分

$$\int_{-\infty}^{\infty} K(t)\mathrm{d}\xi(t,\gamma)=-\int_{-\infty}^{\infty} K'(t)\xi(t,\gamma)\mathrm{d}t. \tag{3.27}$$

① Stieltjes. *Annales de la Fac. des Sc. de Toulouse*, 1894: 165; Lebesgue H. *Lecons sur L'Intégrotion*. Gauthier-Villars et Cie, Paris, 1928.

在这些条件下, 我们形式上有

$$
\begin{aligned}
&\int_0^1 \mathrm{d}\gamma \int_{-\infty}^{\infty} K'(t)\mathrm{d}\xi(t,\gamma) \int_{-\infty}^{\infty} K_2(t)\mathrm{d}\xi(t,\gamma) \\
&= \int_0^1 \mathrm{d}\gamma \int_{-\infty}^{\infty} K_1'(t)\xi(t,\gamma)\mathrm{d}t \int_{-\infty}^{\infty} K_2'(t)\xi(t,\gamma)\mathrm{d}t \\
&= \int_{-\infty}^{\infty} K_1'(s)\mathrm{d}s \int_{-\infty}^{\infty} K_2'(t)\mathrm{d}t \int_0^1 \xi(s,\gamma)\xi(t,\gamma)\mathrm{d}\gamma. \qquad (3.28)
\end{aligned}
$$

如果 s 和 t 的符号相反, 则

$$
\int_0^1 \xi(s,\gamma)\xi(t,\gamma)\mathrm{d}\gamma = 0; \qquad (3.29)
$$

但如果符号相同, 且 $|s| < |t|$, 则

$$
\begin{aligned}
&\int_0^1 \xi(s,\gamma)\xi(t,\gamma)\mathrm{d}\gamma = \int_0^1 x(|s|,\alpha)x(|t|,\alpha)\mathrm{d}\alpha \\
&= \frac{1}{2\pi\sqrt{|s|(|t|-|s|)}} \int_{-\infty}^{\infty} \mathrm{d}u \int_{-\infty}^{\infty} \mathrm{d}v \cdot uv \exp\left(-\frac{u^2}{2|s|} - \frac{(v-u)^2}{2(|t|-|s|)}\right) \\
&= \frac{1}{\sqrt{2\pi|s|}} \int_{-\infty}^{\infty} u^2 \exp\left(-\frac{u^2}{2|s|}\right) \mathrm{d}u \\
&= |s| \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} u^2 \exp\left(-\frac{u^2}{2}\right) \mathrm{d}u = |s|. \qquad (3.30)
\end{aligned}
$$

因此

$$
\begin{aligned}
&\int_0^1 \mathrm{d}\gamma \int_{-\infty}^{\infty} K_1(t)\mathrm{d}\xi(t,\gamma) \int_{-\infty}^{\infty} K_2(t)\mathrm{d}\xi(t,\gamma) \\
&= -\int_0^{\infty} K_1'(s)\mathrm{d}s \int_0^s tK_2'(t)\mathrm{d}t - \int_0^{\infty} K_2'(s)\mathrm{d}s \int_0^s tK_1'(t)\mathrm{d}t \\
&\quad + \int_{-\infty}^0 K_1'(s)\mathrm{d}s \int_s^0 tK_2'(t)\mathrm{d}t + \int_{-\infty}^0 K_2'(s)\mathrm{d}s \int_{\infty}^0 tK_1'(t)\mathrm{d}t \\
&= -\int_0^{\infty} K_1'(s)\mathrm{d}s \left(sK_2(s) - \int_0^s K_2(t)\mathrm{d}t\right) \\
&\quad - \int_0^{\infty} K_2'(s)\mathrm{d}s \left(sK_1(s) - \int_0^s K_1(t)\mathrm{d}t\right) \\
&\quad + \int_{-\infty}^0 K_1'(s)\mathrm{d}s \left(-sK_2(s) - \int_s^0 K_2(t)\mathrm{d}t\right) \\
&\quad + \int_{-\infty}^0 K_2'(s)\mathrm{d}s \left(-sK_1(s) - \int_s^0 K_1(t)\mathrm{d}t\right) \\
&= -\int_{-\infty}^{\infty} s\mathrm{d}[K_1(s)K_2(s)] = \int_{-\infty}^{\infty} K_1(s)K_2(s)\mathrm{d}s. \qquad (3.31)
\end{aligned}
$$

特别

$$\begin{aligned}&\int_0^1 \mathrm{d}\gamma \int_{-\infty}^{\infty} K(t+\tau_1)\mathrm{d}\xi(t,\gamma) \int_{-\infty}^{\infty} K(t+\tau_2)\mathrm{d}\xi(t,\gamma)\\ =&\int_{-\infty}^{\infty} K(s)K(s+\tau_2-\tau_1)\mathrm{d}s.\end{aligned} \tag{3.32}$$

而且

$$\begin{aligned}&\int_0^1 \mathrm{d}\gamma \prod_{k=1}^{n} \int_{-\infty}^{\infty} K(t+\tau_k)\mathrm{d}\xi(t,\gamma)\\ =&\sum\prod\int_{-\infty}^{\infty} K(s)K(s+\tau_j-\tau_k)\mathrm{d}s,\end{aligned} \tag{3.33}$$

式中 $\sum$ 是对把 $\tau_l,\cdots,\tau_n$ 划分成对的所有划分方法求和, $\prod$ 是对每种划分中的各对取积.

表示式

$$\int_{-\infty}^{\infty} K(t+\tau)\mathrm{d}\xi(\tau,\gamma) = f(t,\gamma) \tag{3.34}$$

是一个依赖于分布参数 γ 的变数 t 的十分重要的时间序列系综. 以上的证明可总结如下：$f(t,\gamma)$ 分布的所有统计参数都依赖于函数

$$\begin{aligned}\varPhi(\tau) &= \int_{-\infty}^{\infty} K(s)K(s+\tau)\mathrm{d}s\\ &= \int_{-\infty}^{\infty} K(s+t)K(s+t+\tau)\mathrm{d}s.\end{aligned} \tag{3.35}$$

这个函数就是统计学家称为的自相关函数. 因此, $f(t,\gamma)$ 分布的统计和 $f(t+\tau,\gamma)$ 分布的统计相同; 事实上, 我们可以证明, 如果

$$f(t+t_1,\gamma) = f(t,\varGamma), \tag{3.36}$$

则从 γ 到 $\varGamma$ 的变换是保测变换. 换句话说, 时间序列 $f(t,\gamma)$ 处在统计平衡中.

而且, 如果我们考虑平均

$$\left[\int_{-\infty}^{\infty} K(t-\tau)\mathrm{d}\xi(t,\gamma)\right]^m \left[\int_{-\infty}^{\infty} K(t+\sigma-\tau)\mathrm{d}\xi(t,\gamma)\right]^n, \tag{3.37}$$

它正好包括

$$\int_0^1 \mathrm{d}\gamma \left(\int_{-\infty}^{\infty} K(t-\tau)\mathrm{d}\xi(t,\gamma)\right)^m \int_0^1 \mathrm{d}\gamma \left(\int_{-\infty}^{\infty} K(t+\sigma-\tau)\mathrm{d}\xi(t,\gamma)\right)^n \tag{3.38}$$

中的项以及

$$\int_{-\infty}^{\infty} K(\sigma+\tau)K(\tau)\mathrm{d}\tau \tag{3.39}$$

的自乘作为因子的有限个项; 如果 (3.39) 在 $\sigma \to \infty$ 时趋于 0, 则 (3.38) 将是 (3.37) 的极限. 换句话说, 当 $\sigma \to \infty$ 时, $f(t,\gamma)$ 分布和 $f(t+\sigma,\gamma)$ 分布是趋近不相关的. 用更普遍的但完全类似的方法, 我们能证明, $f(t_1,\gamma),\cdots,f(t_n,\gamma)$ 和 $f(\sigma+s_1,\gamma),\cdots,f(\sigma+s_m,\gamma)$ 的同时分布当 $\sigma \to \infty$ 时趋于第一组和第二组分布的联合分布. 换句话说, 任一依赖于 t 的函数 $f(t,\gamma)$ 的整个数值分布的有界可测泛函或有界可测量 (可以把它写成 $\mathfrak{F}\{f(t,\gamma)\}$ 的形式), 都一定具有下列性质:

$$\lim_{\sigma\to\infty}\int_0^1 \mathfrak{F}\{f(t,\gamma)\}\mathfrak{F}\{f(t+\sigma,\gamma)\}\mathrm{d}\gamma = \left[\int_0^1 \mathfrak{F}\{f(t,\gamma)\}\mathrm{d}\gamma\right]^2. \tag{3.40}$$

如果 $\mathfrak{F}\{f(t,\gamma)\}$ 对 t 的平移不变, 而且它只取 0 或 1 的值, 则有

$$\int_0^1 \mathfrak{F}\{f(t,\gamma)\}\mathrm{d}\gamma = \left[\int_0^1 \mathfrak{F}\{f(t,\gamma)\}\mathrm{d}\gamma\right]^2, \tag{3.41}$$

因而 $f(t,\gamma)$ 到 $f(t+\sigma,\gamma)$ 的变换群是度量可迁群. 由此可知, 如果 $\mathfrak{F}\{f(t,\gamma)\}$ 是 f 的任一作为 t 的函数的可积泛函, 则根据各态历经定理, 除了对测度为 0 的 γ 集以外, 对其他所有的 γ 值, 我们有

$$\begin{aligned}&\int_0^1 \mathfrak{F}\{f(t,\gamma)\}\mathrm{d}\gamma\\ =&\lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int_0^T \mathfrak{F}\{f(t,\gamma)\}\mathrm{d}t\\ =&\lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int_{-T}^0 \mathfrak{F}\{f(t,\gamma)\}\mathrm{d}t.\end{aligned} \tag{3.42}$$

这就是说, 我们几乎完全能根据时间序列系综中某一个例样的过去历史, 读取这时间序列的任一统计参数, 甚至读取任一统计参数的可列集. 实际上, 对于这时间序列, 当我们知道

$$\lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int_{-T}^0 f(t,\gamma)f(t-\tau,\gamma)\mathrm{d}t \tag{3.43}$$

时, 我们就知道几乎每一场合的 $\varPhi(t)$, 因而就有了关于这时间序列的完备的统计知识.

有一些由这种时间序列决定的量具有十分有趣的性质. 特别, 我们求

$$\exp\left(\mathrm{i}\int_{-\infty}^{\infty} K(t)\mathrm{d}\xi(t,\gamma)\right) \tag{3.44}$$

的平均值是很有趣的. 形式上, 这个平均值可以写成

$$\begin{aligned}
&\int_0^1 \mathrm{d}\gamma \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\mathrm{i}^n}{n!}\left[\int_{-\infty}^{\infty} K(t)\mathrm{d}\xi(t,\gamma)\right]^n \\
&= \sum_m \frac{(-1)^m}{(2m)!}\left[\int_{-\infty}^{\infty}[K(t)]^2\mathrm{d}t\right]^m (2m-1)(2m-3)\cdots 5\cdot 3\cdot 1 \\
&= \sum_m^{\infty} \frac{(-1)^m}{2^m m!}\left[\int_{-\infty}^{\infty}[K(t)]^2\mathrm{d}t\right]^m \\
&= \exp\left[-\frac{1}{2}\int_{-\infty}^{\infty}[K(t)]^2\mathrm{d}t\right].
\end{aligned} \tag{3.45}$$

用简单的布朗运动序列来建立一个尽可能一般的时间序列, 也是一个很有趣的尝试的问题. 傅里叶展开的例子提示我们, 在作这个尝试时, 像 (3.44) 那样的展开式是一个适合这目的的很方便的组成要素. 现在让我们来研究下列特殊形式的时间序列:

$$\int_a^b \mathrm{d}\lambda \exp\left[\mathrm{i}\int_{-\infty}^{\infty} K(t+\tau,\lambda)\mathrm{d}\xi(\tau,\gamma)\right]. \tag{3.46}$$

假定我们已知 (3.46) 式和其中的 $\xi(\tau,\gamma)$, 则如 (3.45) 的情形一样, 如果 $t_1 > t_2$, 有

$$\begin{aligned}
&\int_0^1 \mathrm{d}\gamma \exp\left[\mathrm{i}s(\xi(t_1,\gamma)-\xi(t_2,\gamma))\right] \\
&\times \int_a^b \mathrm{d}\lambda \exp\left[\mathrm{i}\int_{-\infty}^{\infty} K(t+\tau,\lambda)\mathrm{d}\xi(t,\gamma)\right] \\
&= \int_a^b \mathrm{d}\lambda \exp\left[-\frac{1}{2}\int_{-\infty}^{\infty}[K(t+\tau,\lambda)]^2\mathrm{d}t - \frac{s^2}{2}(t_2-t_1) - s\int_{t_2}^{t_1} K(t,\lambda)\mathrm{d}t\right].
\end{aligned} \tag{3.47}$$

以 $\mathrm{e}^{\frac{s^2(t_2-t_1)}{2}}$ 乘以上式两端, 并令 $s(t_2-t_1)=\mathrm{i}\sigma$, 然后使 $t_2=t_1$, 则得

$$\int_a^b \mathrm{d}\lambda \exp\left[-\frac{1}{2}\int_{-\infty}^{\infty}[K(t+\tau,\lambda)]^2\mathrm{d}t - \mathrm{i}\sigma K(t_1,\lambda)\right]. \tag{3.48}$$

我们以 $K(t_1,\lambda)$ 作为一新的独立变数 μ, 并解出 λ, 得

$$\lambda = Q(t_1,\mu). \tag{3.49}$$

于是 (3.48) 变为

$$\int_{K(t_1,a)}^{K(t_1,b)} \mathrm{e}^{\mathrm{i}\mu\sigma}\mathrm{d}\mu \frac{\partial Q(t_1,\mu)}{\partial\mu} \exp\left(-\frac{1}{2}\int_{-\infty}^{\infty}\{K[t+\tau,Q(t_1,\mu)]\}^2\mathrm{d}t\right). \tag{3.50}$$

运用傅里叶变换, 我们由上式能将

$$\frac{\partial Q(t_1,\mu)}{\partial\mu}\exp\left(-\frac{1}{2}\int_{-\infty}^{\infty}\{K[t+\tau,Q(t_1,\mu)]\}^2\mathrm{d}t\right) \tag{3.51}$$

表示为 μ 的函数, 当 μ 是在 $K(t_1,a)$ 和 $K(t_1,b)$ 之间变动时, 如果把这个函数对 μ 积分, 则得

$$\int_a^\lambda \mathrm{d}\lambda\exp\left(-\frac{1}{2}\int_{-\infty}^{\infty}[K(t+\tau,\lambda)]^2\mathrm{d}t\right), \tag{3.52}$$

它是 $K(t_1,\lambda)$ 和 t_1 的函数. 这就是说, 存在一已知函数 $F(u,v)$, 使得

$$\int_a^\lambda \mathrm{d}\lambda\exp\left(-\frac{1}{2}\int_{-\infty}^{\infty}[K(t+\tau,\lambda)]^2\mathrm{d}t\right)=F(K(t_1,\lambda),t_1). \tag{3.53}$$

由于上式左端与 t_1 无关, 我们可以把它写作 $G(\lambda)$, 而得到

$$F(K(t_1,\lambda),t_1)=G(\lambda). \tag{3.54}$$

式中 F 是一已知函数, 我们可以解出它的第一个变数, 而得到

$$K(t_1,\lambda)=H(G(\lambda),t_1), \tag{3.55}$$

式中 $H(u,v)$ 也是一已知函数. 于是我们有

$$G(\lambda)=\int_a^\lambda \mathrm{d}\lambda\exp\left(-\frac{1}{2}\int_{-\infty}^{\infty}[H(G(\lambda),t+\tau)]^2\mathrm{d}t\right). \tag{3.56}$$

因此, 函数

$$\exp\left(-\frac{1}{2}\int_{-\infty}^{\infty}[H(u,t)]^2\mathrm{d}t\right)=R(u) \tag{3.57}$$

是一已知函数, 而且

$$\frac{\mathrm{d}G}{\mathrm{d}\lambda}=R(G), \tag{3.58}$$

即

$$\frac{\mathrm{d}G}{R(G)}=\mathrm{d}\lambda, \tag{3.59}$$

或

$$\lambda=\int\frac{\mathrm{d}G}{R(G)}+\text{常数}=S(G)+\text{常数}. \tag{3.60}$$

这个常数由下式定出：

$$G(a)=0 \tag{3.61}$$

或

$$a = S(0) + \text{常数}. \tag{3.62}$$

不难看出, 如果 a 是有限的, 它取任何值都可以, 因为在任一 λ 的数值上加上一个常数时, 以上的计算不受影响. 因此, 我们可以令 (3.62) 中的常数为 0. 这样, λ 作为 G 的函数就被决定, 因而 G 作为 λ 的函数也被决定. 于是, 由 (3.55) 我们就能决定 $K(t,\lambda)$. 为了决定 (3.46) 式, 我们只需要知道 b. 但是比较以下两式就能定出 b：

$$\int_a^b \mathrm{d}\lambda \exp\left(-\frac{1}{2}\int_{-\infty}^{\infty}[K(t,\lambda)]^2\mathrm{d}t\right) \tag{3.63}$$

和

$$\int_0^1 \mathrm{d}\gamma \int_a^b \mathrm{d}\lambda \exp\left(\mathrm{i}\int_{-\infty}^{\infty} K(t,\lambda)\mathrm{d}\xi(t,\gamma)\right). \tag{3.64}$$

因此, 在一定条件下 (这些条件需要严格地加以陈述), 如果一时间序列可写成 (3.46) 的形式, 同时又知道 $\xi(t,\gamma)$, 则除了 a,λ 和 b 附加的未定常数以外, (3.46) 中的函数 $K(t,\lambda)$ 和数 a 及 b 都能决定. 即使当 $b=+\infty$ 时, 我们也不会有什么困难. 当然, 不难把上述讨论推广到 $a=-\infty$ 的情形. 虽然目前还需要研究其反函数不是单值的那些函数的问题, 以及其相应展开能否有效的普遍条件; 但我们至少在解决把很大一类时间序列简化为典型形式的问题上向前跨进了一步, 而这一点, 如本章前面所大略提到的, 对于预测理论和信息测量理论具有头等重要的意义.

在上述研究时间序列理论的途径上, 我们还应当取消一个明显的限制. 这个限制就是：我们必须已知 $\xi(t,\gamma)$, 而且所考虑的时间序列必须能展成 (3.46) 的形式. 这个问题就是：在什么条件下, 我们才能把一个已知其统计参数的时间序列表成一个布朗运动的时间序列, 或者, 至少把它表成这种或那种意义上的布朗运动时间序列的极限? 我们将限于考虑具有度量可迁性质的时间序列, 甚至具有更强的性质的时间序列：如果我们取出相距很远的, 有固定长度的各时间段, 在各时间段中的时间序列的任何泛函的分布彼此是近于无关的, 就像各时间段彼此无关那样[①]. 应当在这方面发展的理论已经大体上由作者完成了.

如果 $K(t)$ 是一充分连续的函数, 则由 Kac 定理, 我们能够证明,

$$\int_{-\infty}^{\infty} K(t+\tau)\mathrm{d}\xi(\tau,\gamma) \tag{3.65}$$

的零点几乎总是具有确定的密度, 而且, 适当地选取 K, 能够使这密度任意的大. 令选择的 K 为 K_D, 使得这密度为 D. 我们用 $Z_n(D,\gamma)$ 表示 $\int_{-\infty}^{\infty} K_D(t+\tau)\mathrm{d}\xi(\tau,\gamma)$

① 这就是库普曼的混合性, 它是证明统计学各态历经假设的充分和必要条件.

由 $-\infty$ 到 ∞ 的零点序列, $-\infty < n < \infty$. 当然, 在决定这些零点时, 我们所确定的 n 附加了一整常数.

令 $T(t,\mu)$ 为连续变数 t 的任一时间序列, 而 μ 是这时间序列的分布参数, 均匀分布在 (0,1) 上. 再令

$$T_D(t,\mu,\gamma) = T[t - Z_n(D,\gamma),\mu], \tag{3.66}$$

式中的 Z_n 取正好先于 t 的一个零点. 可以证明, 对于 t 数值的任何有限集 $t_1, t_2, \cdots, t_v, T_D(t_\kappa,\mu,\gamma)(\kappa = 1,2,\cdots,v)$ 的同时分布当 $D \to \infty$ 时几乎对所有的 μ 值都趋于同一 t_k 的 $T(t_k,\mu)$ 的同时分布. 但是, $T_D(t,\mu,\gamma)$ 完全由 t,μ,D 和 $\xi(\tau,\gamma)$ 决定. 因此, 对于给定的 D 和 μ, 把 $T_D(t,\mu,\gamma)$ 直接表示为 (3.46) 形式的时间序列, 或者用这种或那种方法把它表示为具有 (3.46) 形式的分布的极限分布 (在上述的广泛意义上) 的时间序列, 都不是不适当的尝试.

必须承认, 这是一个有待将来来完成的研究, 而不应当认为它就已经完成了. 但是, 照作者看来, 为了合理而无矛盾地处理许多和非线性预测、非线性滤波、非线性情况下信息传递的估价、高密度气体理论和湍流理论等有关的问题, 进行这个研究是最有希望的. 上述这些问题也许都是通信工程中最迫切需要解决的.

我们现在来讨论 (3.34) 形式的时间序列的预测问题. 我们看到, 这种时间序列的一个唯一的独立统计参数是 $\Phi(t)$, 即 (3.35) 式; 这意味和 K 相关连的唯一有意义的量是

$$\int_{-\infty}^{\infty} K(s)K(s+t)\mathrm{d}s, \tag{3.67}$$

式中 K 当然取实数值.

我们作傅里叶变换

$$K(s) = \int_{-\infty}^{\infty} k(\omega)\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega s}\mathrm{d}\omega. \tag{3.68}$$

知道 $K(s)$ 后就能知道 $k(\omega)$, 反之亦真. 于是

$$\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} K(s)K(s+\tau)\mathrm{d}s = \int_{-\infty}^{\infty} k(\omega)k(-\omega)\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega\tau}\mathrm{d}\omega. \tag{3.69}$$

因此, 关于 $\Phi(\tau)$ 的知识和关于 $k(\omega)k(-\omega)$ 的知识是等价的. 但由于 $K(s)$ 取实数值, 我们有

$$K(s) = \int_{-\infty}^{\infty} \overline{k(\omega)}\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega s}\mathrm{d}w, \tag{3.70}$$

即 $k(\omega) = \overline{k(-\omega)}$. 因此, $|k(\omega)|^2$ 是一已知函数, 这意味 $\log(k(\omega))$ 的实数部分是一已知函数. 如果把这实数部分写成

$$F(\omega) = R\{\log(k(\omega))\}, \tag{3.71}$$

则决定 $K(s)$ 的问题就相当于决定 $\log(k(\omega))$ 的虚数部分的问题. 这个问题的解一般是不定的, 除非对 $k(\omega)$ 进一步加以一定限制. 我们考虑如下形式的限制：对于上半平面的 ω 函数 $\log k(\omega)$ 是解析的, 而且上升速度足够的小. 为了满足这个限制条件, 我们假设 $k(\omega)$ 和 $(k(\omega))^{-1}$ 在整个实数轴上是代数地增长. 这时, $(F(\omega))^2$ 将是一偶函数, 而且至多是对数地趋于无限大, 并存在柯西主值

$$G(\omega)=\frac{1}{\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{F(u)}{u-\omega}\mathrm{d}u. \tag{3.72}$$

由 (3.72) 决定的变换叫做希尔伯特变换, 它把 $\cos\lambda\omega$ 变为 $\sin\lambda\omega$, 把 $\sin\lambda\omega$ 变为 $-\cos\lambda\omega$. 因此, $F(\omega)+\mathrm{i}G(\omega)$ 是一形式为

$$\int_{0}^{\infty}\mathrm{e}^{\mathrm{i}\lambda\omega}\mathrm{d}(M(\lambda)) \tag{3.73}$$

的函数, 而且对应的 $\log|k(\omega)|$ 满足我们对它在下半平面的要求. 令

$$k(\omega)=\exp(F(\omega)+\mathrm{i}G(\omega)), \tag{3.74}$$

我们能证明：在很一般的条件下, 函数 $k(\omega)$ 具有使 (3.68) 中定义的 $K(s)$ 对所有负的变数值为零的性质. 因此,

$$f(t,\gamma)=\int_{-t}^{\infty}K(t+\tau)\mathrm{d}\xi(\tau,\gamma). \tag{3.75}$$

另一方面, 我们能证明：适当地决定 N_n 后, $1/k(\omega)$ 可以写成如下形式：

$$\lim_{n\to\infty}\int_{0}^{\infty}\mathrm{e}^{\mathrm{i}\lambda\omega}\mathrm{d}N_n(\lambda); \tag{3.76}$$

而且, 做到这点只需使

$$\xi(\tau,\gamma)=\lim_{n\to\infty}\int_{0}^{\tau}\mathrm{d}s\int_{-t}^{\infty}Q_n(t+\sigma)f(\sigma,\gamma)\mathrm{d}\sigma. \tag{3.77}$$

式中 Q_n 必须具有如下形式上的性质：

$$f(t,\gamma)=\lim_{n\to\infty}\int_{-t}^{\infty}K(t+\tau)\mathrm{d}\tau\int_{-\tau}^{\infty}Q_n(\tau+\sigma)f(\sigma,\gamma)\mathrm{d}\sigma. \tag{3.78}$$

一般说, 我们有

$$\psi(t)=\lim_{n\to\infty}\int_{-t}^{\infty}K(t+\tau)\mathrm{d}\tau\int_{-\tau}^{\infty}Q_n(\tau+\sigma)\psi(\sigma)\mathrm{d}\sigma, \tag{3.79}$$

或者, 如果像 (3.68) 那样写出

$$
\begin{aligned}
K(s) &= \int_{-\infty}^{\infty} k(\omega)\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega s}\mathrm{d}\omega, \\
Q_n(s) &= \int_{-\infty}^{\infty} q_n(\omega)\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega s}\mathrm{d}\omega, \\
\Psi(s) &= \int_{-\infty}^{\infty} \psi(\omega)\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega s}\mathrm{d}\omega,
\end{aligned}
\tag{3.80}
$$

则

$$
\Psi(\omega) = \lim_{n\to\infty} (2\pi)^{3/2}\,\Psi(\omega)q_n(-\omega)k(\omega), \tag{3.81}
$$

因此

$$
\lim_{n\to\infty} q_n(-\omega) = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}k(\omega)}. \tag{3.82}
$$

这个结果对于求得一个在形式上与频率关联的而不是与时间关联的预测运算子很有用处.

这样, $\xi(t,\gamma)$ 的过去和现在 (确切地说, “微分”$\mathrm{d}\xi(t,\gamma)$ 的过去和现在) 决定 $f(t,\gamma)$ 的过去和现在, 反之亦真.

如果 $A>0$, 则

$$
\begin{aligned}
f(t+A,\gamma) &= \int_{-t-A}^{\infty} K(t+A+\tau)\mathrm{d}\xi(\tau,\gamma) \\
&= \int_{-t-A}^{-t} K(t+A+\tau)\mathrm{d}\xi(\tau,\gamma) \\
&\quad + \int_{-t}^{\infty} K(t+A+\tau)\mathrm{d}\xi(\tau,\gamma).
\end{aligned}
\tag{3.83}
$$

这里, 最后表示式中的第一项依赖于 $\mathrm{d}\xi(\tau,\gamma)$ 的变程, 但即使我们知道了 $\sigma\leqslant t$ 的 $f(\sigma,\gamma)$, 也不能由此得到有关这变程的任何知识. 第一项与第二项完全无关. 它的均方值为

$$
\int_{-t-A}^{-t}[K(t+A+\tau)]^2\mathrm{d}\tau = \int_0^A [K(\tau)]^2\mathrm{d}\tau, \tag{3.84}
$$

这说明我们有关它的知识都是统计的. 可以证明, 均方值 (3.84) 是高斯分布. 它是 $f(t+A,\gamma)$ 的可能的最优预测的误差.

最优预测本身是 (3.83) 右端第二项

$$
\begin{aligned}
&\int_{-t}^{\infty} K(t+A+\tau)\mathrm{d}\xi(\tau,\gamma) \\
&= \lim_{n\to\infty}\int_{-t}^{\infty} K(t+A+\tau)\mathrm{d}\tau \int_{-\tau}^{\infty} Q_n(\tau+\sigma)f(\sigma,\gamma)\mathrm{d}\sigma.
\end{aligned}
\tag{3.85}
$$

如果现在令

$$k_A(\omega)=\frac{1}{2\pi}\int_0^\infty K(t+A)\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega t}\mathrm{d}t, \tag{3.86}$$

并将运算子 (3.85) 应用于 $\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega t}$, 则得

$$\lim_{n\to\infty}\int_{-t}^\infty K(t+A+\tau)\mathrm{d}\tau\int_{-\tau}^\infty Q_n(\tau+\sigma)\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega\sigma}\mathrm{d}\sigma=A(\omega)\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega t}. \tag{3.87}$$

这使我们得到 (如同 (3.81) 那样)

$$\begin{aligned}A(\omega)&=\lim_{n\to\infty}(2\pi)^{3/2}q_n(-\omega)k_A(\omega)=k_A(\omega)/k(\omega)\\&=\frac{1}{2\pi k(\omega)}\int_A^\infty \mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega(t-A)}\mathrm{d}t\int_{-\infty}^\infty k(u)\mathrm{e}^{\mathrm{i}ut}\mathrm{d}u.\end{aligned} \tag{3.88}$$

这就是最优预测运算子的频率形式表示.

在 (3.34) 那样的时间序列场合, 滤波问题与预测问题有非常密切的关系. 设消息加噪声的形式为

$$m(t)+n(t)=\int_0^\infty K(\tau)\mathrm{d}\xi(t-\tau,\gamma); \tag{3.89}$$

而消息的形式为

$$m(t)=\int_{-\infty}^\infty Q(\tau)\mathrm{d}\xi(t-\tau,\gamma)+\int_{-\infty}^\infty R(\tau)\mathrm{d}\xi(t-\tau,\delta), \tag{3.90}$$

式中 γ 和 δ 彼此独立地分布在 (0,1) 上, 则由关于 $m(t+a)$ 的过去和现在的知识得到的 $m(t+a)$ 可预测部分显然为

$$\int_0^\infty Q(\tau+a)\mathrm{d}\xi(t-\tau,\gamma), \tag{3.90$_1$}$$

而这预测的均方误差为

$$\int_{-\infty}^a [Q(\tau)]^2\mathrm{d}\tau+\int_{-\infty}^\infty [R(\tau)]^2\mathrm{d}\tau. \tag{3.90$_2$}$$

此外, 假定我们已知下列诸量:

$$\begin{aligned}\Phi_{22}(t)&=\int_0^1\mathrm{d}\gamma\int_0^1\mathrm{d}\delta n(t+\tau)n(\tau)\\&=\int_0^\infty[K(|t|+\tau)-Q(|t|+\tau)][K(\tau)]\mathrm{d}\tau\\&=\int_0^\infty[K(|t|+\tau)-Q(|t|+\tau)][K(\tau)-Q(\tau)]\mathrm{d}\tau\end{aligned}$$

$$
\begin{aligned}
&+\int_{-|t|}^{0}[K(|t|+\tau)-Q(|t|+\tau)][-Q(\tau)]\mathrm{d}\tau \\
&+\int_{-\infty}^{-|t|}Q(|t|+\tau)Q(\tau)\mathrm{d}\tau+\int_{-\infty}^{\infty}R(|t|+\tau)R(\tau)\mathrm{d}\tau \\
=&\int_{0}^{\infty}K(|t|+\tau)K(\tau)\mathrm{d}\tau-\int_{-|t|}^{\infty}K(|t|+\tau)Q(\tau)\mathrm{d}\tau \\
&+\int_{-\infty}^{\infty}Q(|t|+\tau)Q(\tau)\mathrm{d}\tau+\int_{-\infty}^{\infty}R(|t|+\tau)R(\tau)\mathrm{d}\tau,
\end{aligned}
\tag{3.90$_3$}
$$

$$
\begin{aligned}
\varPhi_{11}(\tau)&=\int_{0}^{1}\mathrm{d}\gamma\int_{0}^{1}\mathrm{d}\delta m(|t|+\tau)m(\tau) \\
&=\int_{-\infty}^{\infty}Q(|t|+\tau)Q(\tau)\mathrm{d}\tau+\int_{-\infty}^{\infty}R(|t|+\tau)R(\tau)\mathrm{d}\tau,
\end{aligned}
\tag{3.90$_4$}
$$

$$
\begin{aligned}
\varPhi_{12}(\tau)&=\int_{0}^{1}\mathrm{d}\gamma\int_{0}^{1}\mathrm{d}\delta m(t+\tau)n(\tau) \\
&=\int_{0}^{1}\mathrm{d}\gamma\int_{0}^{1}\mathrm{d}\delta m(t+\tau)(m(\tau)+n(\tau))-\varPhi_{11}(\tau) \\
&=\int_{0}^{1}\mathrm{d}\gamma\int_{-t}^{\infty}K(\sigma+t)\mathrm{d}\xi(\tau-\sigma,\gamma)\int_{-t}^{\infty}Q(\tau)\mathrm{d}\xi(\tau-\sigma,\gamma) \\
&\quad-\varPhi_{11}(\tau)=\int_{-t}^{\infty}K(t+\tau)Q(\tau)\mathrm{d}\tau-\varPhi_{11}(\tau).
\end{aligned}
\tag{3.90$_5$}
$$

$$
\begin{aligned}
&\varPhi_{22}(\omega)=|k(\omega)|^2+|q(\omega)|^2-q(\omega)\overline{k(\omega)}-k(\omega)\overline{q(\omega)}+|r(\omega)|^2, \\
&\varPhi_{11}(\omega)=|q(\omega)|^2+|r(\omega)|^2, \\
&\varPhi_{12}(\omega)=k(\omega)\overline{q(\omega)}-|q(\omega)|^2-|r(\omega)|^2,
\end{aligned}
\tag{3.90$_6$}
$$

式中

$$
\left.
\begin{aligned}
k(\omega)&=\frac{1}{2\pi}\int_{0}^{\infty}K(s)\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega s}\mathrm{d}s, \\
q(\omega)&=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\overline{Q}(s)\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega s}\mathrm{d}s, \\
r(\omega)&=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}R(s)\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega s}\mathrm{d}s.
\end{aligned}
\right\}
\tag{3.90$_7$}
$$

于是我们得到

$$
\varPhi_{11}(\omega)+\varPhi_{12}(\omega)+\overline{\varPhi_{12}(\omega)}+\overline{\varPhi_{22}(\omega)}=|k(\omega)|^2
\tag{3.90$_8$}
$$

和

$$
q(\omega)\overline{k(\omega)}=\varPhi_{11}(\omega)+\varPhi_{21}(\omega),
\tag{3.90$_9$}
$$

这里为对称起见, 我们会把 $\varPhi_{21}(\omega)$ 写成了 $\varPhi_{21}(\omega) = \overline{\varPhi_{12}(\omega)}$. 和我们前面用 (3.74) 来定义 $k(\omega)$ 一样, 我们现在能够用 $(3.90)_8$ 决定 $k(\omega)$. 这里, 以 $\varPhi_{11}(t) + \varPhi_{22}(t) + 2R\{\varPhi_{12}(t)\}$ 作 $\varPhi(t)$. 由此得到

$$q(\omega) = \frac{\varPhi_{11}(\omega) + \varPhi_{21}(\omega)}{\overline{k(\omega)}}. \tag{3.91}$$

因而

$$Q(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\varPhi_{11}(\omega) + \varPhi_{21}(\omega)}{\overline{k(\omega)}} \mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega t} \mathrm{d}\omega. \tag{3.91$_1$}$$

因此, 具有最小均方误差的 $m(t+a)$ 的最优预测为

$$\int_0^{\infty} \mathrm{d}\xi(t-\tau, \gamma) \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\varPhi_{11}(\omega) + \varPhi_{21}(\omega)}{\overline{k(\omega)}} \mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega(t+a)} \mathrm{d}\omega. \tag{3.91$_2$}$$

把上式和 (3.89) 结合起来, 并应用类似于用来得到 (3.88) 的推演, 那么, 作用于 $m(t)+n(t)$ 上的, 使我们能得到 $m(t)$ 的 "最优" 表示式的运算子, 如果用频率尺度写出将是

$$\frac{1}{2\pi k(\omega)} \int_a^{\infty} \mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega(t-a)\mathrm{d}t} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\varPhi_{11}(u) + \varPhi_{21}(u)}{\overline{k(u)}} \mathrm{e}^{\mathrm{i}ut} \mathrm{d}u. \tag{3.91$_3$}$$

这个运算子是电机工程师称为滤波器的特性运算子. 量 a 是滤波器的滞后. 它可以是正数, 也可以是负数; 当它为负时, $-a$ 叫做超前. 我们总可以以任意高的精确度造出和 $(3.91)_3$ 相当的装置. 但关于制造这种装置的细节, 电机工程专家会比本书的读者更感必要. 这些细节可以在任何有关的文献中找到①.

滤波的均方差 $(3.90)_2$ 可以表成具有无限大滞后 $(a = -\infty)$ 的滤波的均方差之和:

$$\begin{aligned}
&\int_{-\infty}^{\infty} [R(\tau)]^2 \mathrm{d}\tau = \varPhi_{11}(0) - \int_{-\infty}^{\infty} [Q(\tau)]^2 \mathrm{d}\tau \\
&= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \varPhi_{11}(\omega) \mathrm{d}\omega - \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left| \frac{\varPhi_{11}(\omega) + \varPhi_{21}(\omega)}{\overline{k(\omega)}} \right|^2 \mathrm{d}\omega \\
&= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ \varPhi_{11}(\omega) - \frac{|\varPhi_{11}(\omega) + \varPhi_{21}(\omega)|^2}{\varPhi_{11}(\omega) + \varPhi_{12}(\omega) + \varPhi_{21}(\omega) + \varPhi_{22}(\omega)} \right\} \mathrm{d}\omega \\
&= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\begin{vmatrix} \varPhi_{11}(\omega) & \varPhi_{12}(\omega) \\ \varPhi_{21}(\omega) & \varPhi_{22}(\omega) \end{vmatrix}}{\varPhi_{11}(\omega) + \varPhi_{12}(\omega) + \varPhi_{21}(\omega) + \varPhi_{22}(\omega)} \mathrm{d}\omega,
\end{aligned} \tag{3.91$_4$}$$

以及和滞后 a 有关的那一部分

① 特别要提到的是最近李郁荣博士的论文.

$$\int_{-\infty}^{a}[Q(\tau)]^2\mathrm{d}t=\int_{-\infty}^{a}\mathrm{d}t\left|\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\varPhi_{11}(\omega)+\varPhi_{21}(\omega)}{\overline{k(\omega)}}\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega t}\mathrm{d}\omega\right|^2 \tag{3.91$_5$}$$

之和. 我们看到, 滤波的均方差是滞后 a 的单调下降函数.

在消息加噪声的场合下, 另一个由布朗运动引出的有趣问题是信息传递率的问题. 为简单起见, 我们考虑消息和噪声不相关的情形, 即

$$\varPhi_{12}(\omega)\equiv\varPhi_{21}(\omega)\equiv 0. \tag{3.91$_6$}$$

在这种情形下, 我们来考察上述三个量的傅里叶变换分别为

$$\begin{aligned}m(t)&=\int_{-\infty}^{\infty}M(\tau)\mathrm{d}\xi(t-\tau,\gamma),\\ n(t)&=\int_{-\infty}^{\infty}N(\tau)\mathrm{d}\xi(t-\tau,\delta),\end{aligned} \tag{3.91$_7$}$$

式中 γ 和 δ 的分布彼此独立. 如果得知 $m(t)+n(t)$ 在区域 $(-A,A)$ 上, 试问由此获得多少关于 $m(t)$ 的信息? 注意, 我们应当料想到, 所求的这个信息量和我们得知

$$\int_{-A}^{A}M(\tau)\mathrm{d}\xi(t-\tau,\gamma) \tag{3.91$_8$}$$

的所有数值时而获得的关于

$$\int_{-A}^{A}M(\tau)\mathrm{d}\xi(t-\tau,\gamma)+\int_{-A}^{A}N(\tau)\mathrm{d}\xi(t-\tau,\delta) \tag{3.91$_9$}$$

的信息量相差不多, 这里 γ 和 δ 的分布也是彼此独立的. 另一方面, 可以证明, $(3.91)_8$ 的第 n 个傅里叶系数具有和其他一切傅里叶系数无关的高斯分布, 而且它的均方值正比于

$$\left|\int_{-A}^{A}M(\tau)\exp\left(\mathrm{i}\frac{\pi n\tau}{A}\right)\mathrm{d}\tau\right|^2. \tag{3.92}$$

因此, 由 (3.9), 关于 M 的全部信息量为

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty}\frac{1}{2}\log_2\frac{\left|\int_{-A}^{A}M(\tau)\exp\left(\frac{\mathrm{i}n\pi\tau}{A}\right)\mathrm{d}\tau\right|^2+\left|\int_{-A}^{A}N(\tau)\exp\left(\frac{\mathrm{i}n\pi\tau}{A}\right)\mathrm{d}\tau\right|^2}{\left|\int_{-A}^{A}N(\tau)\exp\left(\frac{\mathrm{i}n\pi\tau}{A}\right)\mathrm{d}\tau\right|^2}, \tag{3.92$_1$}$$

而能量传递的时间密度则为这个量用 $2A$ 除. 当 $A\to\infty$ 时, $(3.92)_1$ 趋于

$$\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\mathrm{d}u\log_2\frac{\left|\int_{-\infty}^{\infty}M(\tau)\exp(\mathrm{i}u\tau)\mathrm{d}\tau\right|^2+\left|\int_{-\infty}^{\infty}N(\tau)\exp(\mathrm{i}u\tau)\mathrm{d}\tau\right|^2}{\left|\int_{-\infty}^{\infty}N(\tau)\exp(\mathrm{i}u\tau)\mathrm{d}\tau\right|^2}. \qquad (3.92)_2$$

上述场合下的信息传递率的这个结果是由作者和香农得到的. 我们看到, 它不仅决定于传递消息的有效频带宽度, 而且还决定于噪声的振幅大小. 事实上, 它和用来测定每个人的听力和听力损失量的听力损失图有密切关系. 在这种图中, 横轴表示频率数, 下边界的纵坐标表示听阈强度的对数 —— 我们把它叫做接收系统内部噪声强度的对数, 而上边界的纵坐标则表示系统能接收的最大消息强度的对数. 因此, 上下边界间的面积是一个具有 $(3.92)_2$ 量纲的量, 因而可以取作耳朵能够忍受的信息传递率的测度.

关于和布朗运动有线性关系的消息理论, 具有许多重要的变形. (3.88),$(3.91)_4$ 和 $(3.92)_2$ 都是重要的公式; 当然, 解释这些公式所必需的定义也是重要的. 这个理论目前有如下一系列的变形. 首先, 当消息和噪声, 是由有布朗运动作用的线性共振器所产生出来时, 由这个理论可以作出预测器和滤波器的最优设计; 但在大多数通常情况下, 我们只能得到预测器和滤波器的可能设计. 虽然这不能说是绝对最优的设计, 但就对于进行线性操作的装置说, 则是使预测和滤波的均方差为最小的设计. 然而, 一般说, 我们要考虑某些非线性装置, 因为它们工作得比任何线性装置还要好.

其次, 上面考虑的时间序列是简单时间序列, 其中只有一个变量依赖于时间. 还有一种多重时间序列, 其中有许多变量同时依赖于时间; 这种时间序列在经济学、气象学等部门中是特别重要的. 逐日作出的美国总天气图就是这种时间序列. 对于这样的时间序列, 我们必须同时把许多函数展成频率形式, 而像 (3.35) 和 (3.70) 后面讨论的 $|k(\omega)|^2$ 那样的二次量, 则必须用成对量的行列, 即用矩阵来代替. 这时, 运用使 $k(\omega)$ 在其复平面内满足某些附加条件的方法, 由 $|k(\omega)|^2$ 来决定 $k(\omega)$, 成为一个十分困难的问题, 这特别由于矩阵乘法是一个不可变换运算的原故. 但是, 关于多元理论的这个问题已经由 Krein 和作者解决了, 至少部分地解决了.

多元理论是上述一元理论的复杂化. 除此而外, 还有一种和一元理论有密切关系的理论, 它是一元理论的简单化. 这就是关于离散时间序列的预测、滤波和信息量的理论. 离散时间序列是参数为 α 的函数 $f_n(\alpha)$ 的序列, 其中 n 跑过 $-\infty$ 到 ∞ 的一切整数值. 和前面一样, 量 α 是分布参数, 可以认为它均匀地在 (0,1) 上变动. 如果当 n 变为 $n+\nu$(ν 取整数) 时, 时间序列的统计性质不变, 我们就把它叫做处在统计平衡的时间序列.

离散时间序列的理论在许多方面都比连续时间序列理论更简单. 例如, 要做到它由一系列独立选择来决定就比较容易. 每一项 (在混合的场合下) 都可以表成前

面各项与某个和前面各项无关的、均匀分布在 (0,1) 上的量的组合, 这些独立量的序列, 就代替了在连续场合下起十分重要作用的布朗运动的作用.

如果 $f_n(\alpha)$ 是一处在统计平衡的时间序列, 而且是度量可迁的, 则它的自相关系数是

$$\Phi_m = \int_0^1 f_m(\alpha) f_0(\alpha) \mathrm{d}\alpha, \tag{3.92$_3$}$$

并且几乎对所有的 α, 我们都有

$$\begin{aligned}\Phi_m &= \lim_{N\to\infty} \frac{1}{N+1} \sum_0^N f_{k+m}(\alpha) f_k(\alpha) \\ &= \lim_{N\to\infty} \frac{1}{N+1} \sum_0^N f_{-k+m}(\alpha) f_{-k}(\alpha).\end{aligned} \tag{3.92$_4$}$$

我们令

$$\Phi_n = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \Phi(\omega) \mathrm{e}^{\mathrm{i}n\omega} \mathrm{d}\omega \tag{3.92$_5$}$$

或

$$\Phi(\omega) = \sum_{-\infty}^{\infty} \Phi_n \mathrm{e}^{-\mathrm{i}n\omega}. \tag{3.92$_6$}$$

令

$$\frac{1}{2} \log \Phi(\omega) = \sum_{-\infty}^{\infty} p_n \cos n\omega, \tag{3.92$_7$}$$

再令

$$G(\omega) = \frac{p_0}{2} + \sum_1^{\infty} p_n \mathrm{e}^{in\omega}. \tag{3.92$_8$}$$

令

$$\mathrm{e}^{g(\omega)} = k(\omega), \tag{3.92$_9$}$$

则在很一般的条件下, $k(\omega)$ 将是一个在单位圆内无零点或奇点的函数在单位圆上的边界值. 这里, ω 表示单位圆上点的偏角. 我们将有

$$|k(\omega)|^2 = \Phi(\omega). \tag{3.93}$$

现在, 设具有超前 ν 的 $f_n(\alpha)$ 的最优线性预测为

$$\sum_0^{\infty} f_{n-\nu}(\alpha) W_\nu, \tag{3.93$_1$}$$

则得到

$$\sum_0^\infty W_\mu \mathrm{e}^{\mathrm{i}\mu\omega} = \frac{1}{2\pi k(\omega)} \sum_{\mu=\nu}^\infty \mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega(\mu-\nu)} \int_{-\pi}^{\pi} k(u)\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\mu u}\mathrm{d}u. \tag{3.93$_2$}$$

它和 (3.88) 相当. 注意, 如果令

$$k_\mu = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} k(u)\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\mu u}\mathrm{d}u, \tag{3.93$_3$}$$

则

$$\sum_0^\infty W_\mu \mathrm{e}^{\mathrm{i}\mu\omega} = \mathrm{e}^{-\mathrm{i}\nu\omega} \frac{\sum_\nu^\infty k_\mu \mathrm{e}^{\mathrm{i}\mu\omega}}{\sum_0^\infty k_\mu \mathrm{e}^{\mathrm{i}\mu\omega}} = \mathrm{e}^{-\mathrm{i}\nu\omega}\left(1 - \frac{\sum_0^{\nu-1} k_\mu \mathrm{e}^{\mathrm{i}\mu\omega}}{\sum_0^\infty k_\mu \mathrm{e}^{\mathrm{i}\mu\omega}}\right). \tag{3.93$_4$}$$

在很一般的场合下, 我们能设

$$\frac{1}{k(\omega)} = \sum_0^\infty q_\mu \mathrm{e}^{\mathrm{i}\mu\omega}, \tag{3.93$_5$}$$

这显然是上述作成 $k(\omega)$ 的方法带来的结果. 这时, $(3.93)_4$ 变为

$$\sum_0^\infty W_\mu \mathrm{e}^{\mathrm{i}\mu\omega} = \mathrm{e}^{-\mathrm{i}\nu\omega}\left(1 - \sum_0^{\nu-1} k_\mu \mathrm{e}^{\mathrm{i}\mu\omega} \sum_0^\infty q_\lambda \mathrm{e}^{\mathrm{i}\lambda\omega}\right). \tag{3.93$_6$}$$

特别, 当 $\nu = 1$ 时,

$$\sum_0^\infty W_\mu \mathrm{e}^{\mathrm{i}\mu\omega} = \mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega}\left(1 - k_0 \sum_0^\infty q_\lambda \mathrm{e}^{\mathrm{i}\lambda\omega}\right) \tag{3.93$_7$}$$

或

$$W_\mu = -q_{\lambda+1}k_0. \tag{3.93$_8$}$$

因此, 对于先一步的预测 $f_{n+1}(\alpha)$, 其最优值为

$$-k_0 \sum_0^\infty q_{\lambda+1} f_{n-\lambda}(\alpha). \tag{3.93$_9$}$$

利用逐步预测过程, 我们就能解决全部离散时间序列线性预测的问题. 像连续场合中一样, 如果

$$f_n(\alpha) = \int_{-\infty}^{\infty} K(n-\tau)\mathrm{d}\xi(\tau,\alpha), \tag{3.94}$$

我们上面得到的这个预测在所有可能的方法中是最优的预测.

关于把滤波问题由连续场合过渡到离散场合, 几乎只要遵循和前面相同的讨论. 这时, 表示最优滤波器频率特性的 $(3.91)_3$ 变为如下形式:

$$\frac{1}{2\pi k(\omega)}\sum_{\nu=a}^{\infty}\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega(\nu-a)}\int_{-\pi}^{\pi}\frac{\{\Phi_{11}(u)+\Phi_{21}(u)\}\mathrm{e}^{\mathrm{i}u\nu}\mathrm{d}u}{\overline{k(u)}}, \tag{$3.94)_1$}$$

式中所有项的定义都和连续场合的相同, 只是所有对 ω 或 u 的积分限都是从 $-\pi$ 到 π 而不是从 $-\infty$ 到 ∞, 对所有 ν 的求和是离散求和, 而不是对 t 的积分求和. 通常, 离散时间序列的滤波器要做成一个用电路在物理上加以实现的装置, 不如统计学家用它作为一种数学程序, 从非纯粹统计数据求得最优结果那样来得容易.

最后, 在有噪声

$$\int_{-\infty}^{\infty}N(n-\tau)\mathrm{d}\xi(t,\delta) \tag{$3.94)_2$}$$

存在的场合下, 当 γ 和 δ 的分布彼此独立时, 离散时间序列的信息传递率的形式为

$$\int_{-\infty}^{\infty}M(n-\tau)\mathrm{d}\xi(t,\gamma), \tag{$3.94)_3$}$$

它完全与 $(3.92)_2$ 相当; 即这时的信息传递量为

$$\frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi}\mathrm{d}u\log_2\frac{\left|\int_{-\infty}^{\infty}M(\tau)\mathrm{e}^{\mathrm{i}\mu\tau}\mathrm{d}\tau\right|^2+\left|\int_{-\infty}^{\infty}N(\tau)\mathrm{e}^{\mathrm{i}u\tau}\mathrm{d}\tau\right|^2}{\left|\int_{-\infty}^{\infty}N(\tau)\mathrm{e}^{\mathrm{i}u\tau}\mathrm{d}\tau\right|^2}, \tag{$3.94)_4$}$$

式中, 在区间 $(-\pi,\pi)$ 上,

$$\left|\int_{-\infty}^{\infty}M(\tau)\mathrm{e}^{\mathrm{i}u\tau}\mathrm{d}\tau\right|^2 \tag{$3.94)_5$}$$

表示消息的功率按频率的分布, 而

$$\left|\int_{-\infty}^{\infty}N(\tau)\mathrm{e}^{\mathrm{i}u\tau}\mathrm{d}\tau\right|^2 \tag{$3.94)_6$}$$

表示噪声功率按频率的分布.

这里发展的统计理论, 要求我们对所观测的时间序列的过去具有充分的知识. 但无论在什么场合, 我们都不能满足这个要求, 因为我们的观测不能追溯到无限的过去. 为了超出这个范围, 使我们的理论发展成为一个实用的统计理论, 必须推广现有的抽样方法. 作者和其他等人[①]已经开始这方面的研究. 我们发现, 或

① 维纳和 Doob 的著作, 即将由纽约的 John Wiley 公司出版 *.

∗ 虽然维纳写成本书已将十年, 这里的脚注和序中所提到的那种合写的著作并没有出版 (这是维纳到日本来的时候弄明白的). 但是 Doob 个人著的下面一本书却出版了:

Doob J L. *Stochastic Processes.* John Wiley, 1952.

这本书的最后一章讲的是预测理论. —— 日译者注

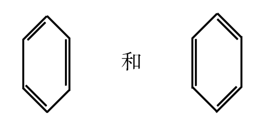
者由于必须使用贝叶斯定律 (Bayes' Law), 或者由于必须使用似然理论 (theory of likelihood)[①]的术语技巧, 都给这个研究带来了全部的复杂性, 似然理论似乎能避免使用贝叶斯定律的必要, 但实际上却是把使用这定律的责任推诸实际从事这方面工作的统计学家, 或其他最后利用其结果的人. 与此同时, 理论统计学家却完全可以理直气壮地指出, 他所说的话都是完全严密和无可非议的.

最后, 在结束本章时, 还应当讨论一下现代量子力学. 这个讨论说明时间序列理论伸入到近代物理学的最高点. 在牛顿物理学中, 物理现象序列完全由它的过去所决定, 特别, 完全由任一瞬间所有的位置和动量的决定所决定. 在全部吉布斯理论中, 这一点仍然是正确的, 如果整个宇宙的多重时间序列能完全决定, 则任一瞬间的关于所有位置和动量的知识将决定整个未来. 仅仅因为还有一些坐标和动量还不知道, 还没有观察到, 我们实际研究的时间序列才具有一种混合的性质, 对这种性质, 我们在本章的由布朗运动得到的时间序列中已经很熟悉了. 海森堡对物理学的巨大贡献就在于, 他用另一种世界来代替上述吉布斯的仍然是准牛顿式的世界, 对于这另一种世界, 时间序列无法归结为一个在时间进展中具有决定论发展线索的系综. 在量子力学中, 单个系统的全部过去并不以绝对的方式决定其未来, 而仅决定该系统未来可能状态的分布. 古典物理为了获得系统整个过程的知识所必需的那些量, 只能不精确地近似地而不能同时精确地加以观测. 但是, 在古典物理要求的精确度范围内 (已经证明这个范围在实验上是可以适用的), 这样的近似观测还是足够精确的. 观测动量及其共轭位置的条件是互不相容的. 为了尽可能精确地观测系统的位置, 我们必须借助光或电子波或其他类似的具有高分辨本领的短波长的方法来进行观测. 但是, 光具有仅仅和它的频率有关的粒子性, 用高频光照射物质, 意味着使它的动量发生随频率增加而增大的动量变化. 另一方面, 低频光可以使被照射粒子的动量变化小, 但它没有能明晰指示粒子位置的足够的分辨本领. 中间频率的光对位置和动量二者提供的都是模糊的估计. 一般说, 没有任何一组可以设想的观测, 它能提供我们关于系统的过去的足够信息, 而这些信息能提供我们关于系统的未来的完全信息.

虽然如此, 如同在一切时间序列系综的场合中一样, 我们这里发展的信息量理论对于量子力学也能适用, 因而关于熵的理论也能适用. 但由于我们目前处理的时间序列是混合性的 (即使在数据尽可能的完全时也是如此), 我们发现我们的系统并没有绝对势垒; 在时间的过程中, 系统的任一状态都能而且一定会变化到另一状态. 但是, 发生这种变化的概率归根到底决定于两个状态的相对概率或测度. 对于那些能通过多次变化而变化为自身的状态来说, 这种状态变化的概率特别高, 用量子理论家的话说, 也就是对于那些具有高内部共振或高量子简并性的状态, 这些状

① 见 J von Neumann 与 Fisher R A 的著作.

态的变化概率特别高. 苯环就是一个这样的例子, 因为它有两个等价的状态：



这可以使我们想象：一个系统的各个构成部分可以按不同的方式相互紧密地结合起来, 许多氨基酸的混合物结合为各种蛋白质链就是这种情形, 至于有许多链是相同链的情况, 则当它们进入彼此密切缔合的阶段时, 它们的情况要比具有不同链的情况更为稳定. Haldane 曾尝试提出, 这可能就是基因和病毒自身繁殖的途径; 虽然他没有把这个提议作为最后结论那样地肯定下来, 但我想, 我们没有什么理由不把它作为正式的假说而加以保留. 如 Haldane 本人所指出的, 由于量子理论中任何单个粒子都没有明晰的个体性, 所以对于由一个基因以这种方式繁殖成两个基因的情形, 我们不可能很准确地说这两个基因样品中, 哪一个是主型, 哪一个是模型.

我们知道, 这种同样性质的共振现象在生命体中是经常出现的. Szent-Györge 曾指出这种现象在肌肉结构中的重要性. 高共振物质十分普遍地都有一种非常的储藏能量和信息的能力, 这样的储藏在肌肉收缩时肯定是发生的.

再有, 和生殖有关的同样现象, 也许可以用不同种的生命体中化学物质不寻常的特殊性, 甚至用同种个体间化学物质不寻常的特殊性来加以解释. 这种考虑可能在免疫学中非常重要.

第四章 反馈和振荡

一个病人到神经病院来临诊, 他并没有瘫痪, 当他接到命令时还能移动下肢. 然而, 他苦于严重的病痛, 他在步行时呈现特殊的不准确的步态, 两眼朝下, 看着地面和足部. 他每走一步腿都抬得很高, 而且迈足过度, 上身则落在后面, 如果遮住他的两眼, 他就要站立不住而踉跄倒地, 这是怎么回事呢?

另一个病人也来临诊, 当他安静地坐在椅中时, 好像没有什么毛病. 但是, 如果给他一支香烟, 在他企图接取这支烟时, 他的手会摇摆不定而抓不到它. 接着他的手又在另一侧作同样无益的摇摆, 随后, 第三次又摇摆回来, 他的手一直就这样进行着无益而激烈的振荡. 如果给他一杯水, 当他把这杯水端到口边以前就会由于这些摇摆而泼空了. 这又是怎么回事呢?

这两个病人都是苦于这种或那种形式的所谓运动失调. 他们的肌肉是强壮的, 而且很健康, 但是不能调节自己的动作. 第一个病人患的是脊髓痨. 由于梅毒后遗症, 他的通常用来传导各种感觉的脊髓后索等部位, 遭到了损伤或破坏. 他对外来消息的应答变得迟钝了, 即使这些消息不是完全不起作用. 他的关节、腱、肌肉和足底中的各个感受器, 这些通常报告他下肢运动的位置和状态的器官, 不能向中枢神经系统传送什么消息了, 他对于有关其姿势的信息, 不得不依靠两眼和内耳平衡器官. 用生理学家的术语说, 他丧失了本体感觉或运动神经感觉的重要部分.

第二个病人并没有丧失本体感觉. 他受伤的部位是另外一个地方 —— 小脑. 他患的病叫小脑性震颤或目的性震颤. 看来, 小脑可能具有一种调节肌肉对本体感觉输入应答的机能, 这种调节机能一旦发生障碍, 其结果之一就是震颤.

由此可见, 为了能对外界产生有效的动作, 重要的不仅是我们必须具有良好的效应器, 而且必须把效应器的动作情况恰当地回报给中枢神经系统, 而这些报告的内容必须适当地和其他来自感官的信息组合起来, 以便对效应器产生一个适当的调节输出. 有些机械系统的情形与此十分相似. 例如, 让我们来考虑铁路上信号塔的情形. 信号手控制着一组杠杆, 它们能使信号机开发信号或停发信号, 并调整转辙装置. 可是, 信号手不能盲目认为信号机和转辙器是服从他的命令的, 说不定转辙器被牢牢冻住了, 或者由于雪的负重使信号机臂弯曲了, 这时, 转辙器和信号机 —— 信号手的效应器 —— 的实际状态并不和他发出的命令相适应. 为了避免这个偶发事件中所蕴藏的危险, 每一个效应器, 即转辙器或信号机, 都必须附装一个向信号塔回报的自动回报器, 把这些效应器的实际状态和动作情况报告给信号手. 这和海军中的复述命令是机械地相当的：按照惯例, 下级在接受命令时必须把命令

对上级复述一遍, 说明他已经听到了并了解了它. 信号手就必须根据这种复述的命令动作.

我们注意, 在上述系统中, 信息传递和返回的过程 (今后我们把它叫做反馈过程) 是有人参与的. 当然, 信号手也不能完全自由行动; 转辙器和信号机相互连结着, 这种连结可以是机械的也可以是电的; 此外, 信号手没有选择某种危险组合的自由. 但是, 也有一些反馈过程没有人的因素参与. 用来调节室温的普通恒温器, 其调节过程就是这样一种反馈过程. 有一种能使室温达到预定温度指标的装置; 如果室内实际温度低于这个指标, 恒温器就开动起来, 使风门打开或使柴油的流量增加, 把室温提高到预定的指标. 反之, 如果室温超过预定的指标, 风门就关上, 或者柴油的流量减少或中断. 这样, 室温将近似地保持在固定指标附近. 要注意, 这指标保持稳定的程度与恒温器设计的好坏有关, 一个设计得不好的恒温器会使室温发生剧烈的震荡, 如同患了小脑性震颤的人的运动一样.

另一个纯机械反馈系统的例子是蒸汽机的调速器, 它能调节蒸汽机在负荷条件有改变时的速度, 这种装置最初是由麦克士威尔加以研究的. 在瓦特设计的原始形式的调速器中, 包括两个连结在两根摆杆上的球, 它们可以在旋转轴的两侧摆动. 由于球本身的重量或由于弹簧力, 这两个球有往下摆的趋势; 而由于和转轴角速度有关的离心作用, 它们要往上摆. 因此, 我们可以假定它们有一个平衡位置, 这个位置也和角速度有关. 球的位置的改变, 经过另外的一些连接杆传递到转轴上的一个套筒, 套筒位置的改变能使一个机件按照如下的方式动作：当蒸汽机速度降低而球下落时, 它就打开汽缸入口处的活阀; 当蒸汽机的速度增加而球上升时, 活阀就关上. 我们注意, 这个反馈倾向于反抗系统正在进行的动作, 因此是负反馈.

我们已经有了稳定温度的负反馈例子, 也有了稳定速度的负反馈例子. 此外还有稳定位置的负反馈, 例如船舶上操舵机的情形. 由于舵轮的位置和舵的位置之间有一角度差, 操舵机的动作总是要使舵的位置和舵轮的位置一致起来. 随意动作中的反馈就是这种性质的反馈. 当我们进行随意动作时, 我们没有使某些肌肉运动的明确意图. 为了完成特定的动作, 譬如说当我们要接取一支香烟的时候, 我们并不特别命令某一些肌肉来运动. 而且实际上, 我们一般也不知道要经过哪些肌肉的运动才能完成那个特定的动作. 我们是根据某种表示动作尚未完成的量的大小来调节我们的动作的.

反馈到控制中心的信息, 具有反抗被控制的量偏离控制指标的趋势, 但是, 这种反抗趋势可以按照不同方式依赖于偏离的大小. 最简单的控制系统是线性控制系统, 在这种控制系统中, 效应器的输出和输入呈线性关系, 当输入增加时, 输出也成比例地增加, 输出的读数用某种线性的装置来记录. 这个读数简单地就是输入读数的分数. 我们将在下面建立一个严格的理论, 来描述这种装置的运转情形, 特别是, 来描述它的反常行为和在过载时发生振荡的情形.

在本书中, 我们尽量避免去运用许多数学符号和数学技巧, 但在个别地方还不免要运用到, 特别在上一章. 同样, 在这一章的以后部分中, 对我们要严格处理的那些材料说, 数学符号则是合适的语言; 否则就要用啰嗦的长篇大论来代替, 这对于外行的人不见得更容易理解, 只有对熟悉数学符号的读者才容易理解, 因为他能把它们翻译成数学符号. 当然, 最好的折衷办法就是使用数学符号再加以充分的口头说明.

令 $f(t)$ 是一个时间 t 的函数, t 从负无穷跑到无穷. 这就是说, $f(t)$ 是一个对每一时刻 t 都有数值的量. 在任一时刻 t, 当 s 小于或等于 t 时, $f(s)$ 的值是可以求得的, 但当 s 大于 t 时则不能求得. 有些电的和机械的装置, 其输出延迟一固定时间, 就是说, 对于输入 $f(t)$, 我们得到的输出是 $f(t-\tau)$, 这里 τ 是固定的延迟时间.

我们可以用几部这样的装置组合起来, 得到输出 $f(t-\tau_1), f(t-\tau_2), \cdots, f(t-\tau_n)$. 对其中每个输出, 我们都能乘上一个固定的正的或负的量. 例如, 我们可以用分压器使电压乘上一个小于 1 的固定正数, 我们也不难设计一种自动平衡装置和放大器, 使电压乘上一个负的或大于 1 的量. 我们同样不难设计一种简单的电路, 把各个电压连续相加起来, 借助于这些, 我们可以得到输出

$$\sum_{1}^{n} a_k f(t-\tau_k). \tag{4.1}$$

随着延迟 τ_k 的数目的增加, 并适当选择系数 a_k, 这个输出可以无限接近于下列形式的输出

$$\int_0^\infty a(\tau) f(t-\tau) \mathrm{d}\tau. \tag{4.2}$$

在这个表示式中, 应当注意积分限是从 0 到 ∞ 而不是从 $-\infty$ 到 ∞, 这一点很重要. 否则, 我们就能用各种实际装置进行操作而得到 $f(t+\sigma)$, 这里 σ 是正数. 但这就涉及到关于 $f(t)$ 的未来的知识; $f(t)$ 就可以是一个不由它的过去所决定的量, 正像一架电车的坐标 (由于转辙器可以使这条或那条轨道开断), 不由他的过去所决定一样. 当一个物理过程看来像运算子

$$\int_{-\infty}^\infty a(\tau) f(t-\tau) \mathrm{d}\tau \tag{4.3}$$

时, 式中 $a(\tau)$ 对 τ 的负值不全为零, 这意味对 $f(t)$ 不再有一个真正的唯一依赖于它的过去的运算子. 有一些物理现象就是这种情形. 例如, 一个没有输入的动力学系统可能产生振幅不定的永久性振荡, 甚至这个振荡的振幅可以增加到无限大. 在这情形下, 系统的未来不依赖于它的过去, 而且, 形式上我们可以求出一个依赖于系统的未来的运算子表示式.

从 $f(t)$ 得到 (4.2) 的运算, 具有两个重要的性质：(1) 它与时间原点的推移无关; (2) 它是线性的. 第一个性质可表述为：若

$$g(t)=\int_0^{\infty}a(\tau)f(t-\tau)\mathrm{d}\tau, \tag{4.4}$$

则有

$$g(t+\sigma)=\int_0^{\infty}a(\tau)f(t+\sigma-\tau)\mathrm{d}\tau. \tag{4.5}$$

第二个性质可表述为：若

$$g(t)=Af_1(t)+Bf_2(t), \tag{4.6}$$

则有

$$\int_0^{\infty}a(\tau)g(t-\tau)\mathrm{d}\tau=A\int_0^{\infty}a(\tau)f_1(t-\tau)\mathrm{d}\tau+B\int_0^{\infty}a(\tau)f_2(t-\tau)\mathrm{d}\tau. \tag{4.7}$$

可以证明：在适当意义上说, 每个作用于 $f(t)$ 的过去的运算子, 如果它是线性的而且在时间原点推移下不变, 它就具有 (4.2) 的形式, 或者是这种形式的运算子的一个序列的极限. 例如, 一个具有这些性质的运算子运算于 $f(t)$ 的结果为 $f'(t)$, 而

$$f'(t)=\lim_{\varepsilon\to 0}\int_0^{\infty}\frac{1}{\varepsilon^2}a\left(\frac{\tau}{\varepsilon}\right)f(t-\tau)\mathrm{d}\tau, \tag{4.8}$$

式中

$$a(X)=\begin{cases}1 & 0\leqslant X<1,\\ -1 & 1\leqslant X<2,\\ 0 & 2\leqslant X.\end{cases} \tag{4.9}$$

如我们在前面所看出的, 由函数 e^{Zt} 组成的函数 $f(t)$ 的集合, 对于运算子 (4.2) 说来是特别重要的, 因为

$$\mathrm{e}^{Z(t-\tau)}=\mathrm{e}^{Zt}\cdot\mathrm{e}^{-Z\tau}, \tag{4.10}$$

那么延迟运算子就变成一个仅仅依赖于 Z 的乘子, 于是, (4.2) 变为

$$\mathrm{e}^{Zt}\int_0^{\infty}a(\tau)\mathrm{e}^{-Z\tau}\mathrm{d}\tau, \tag{4.11}$$

它也是一个仅仅依赖于 Z 的倍加运算子. 表示式

$$\int_0^{\infty}a(\tau)\mathrm{e}^{-Z\tau}\mathrm{d}\tau=A(Z) \tag{4.12}$$

叫做运算子 (4.2) 的频率函数表示式. 如果取 Z 为复数 $x+\mathrm{i}y$, 这里 x 和 y 都是实数, 则这个表示式变为

$$\int_0^{\infty}a(\tau)\mathrm{e}^{-x\tau}\mathrm{e}^{-\mathrm{i}y\tau}\mathrm{d}\tau, \tag{4.13}$$

因此, 由著名的 Schwarz 积分不等式, 若 $y > 0$, 且

$$\int_0^\infty |a(\tau)|^2 \mathrm{d}\tau < \infty, \tag{4.14}$$

我们就有

$$\begin{aligned} |A(x+\mathrm{i}y)| &\leqslant \left\{ \int_0^\infty |a(\tau)|^2 \mathrm{d}\tau \int_0^\infty \mathrm{e}^{-2x\tau} \mathrm{d}\tau \right\}^{\frac{1}{2}} \\ &= \left\{ \frac{1}{2x} \int_0^\infty |a(\tau)|^2 \mathrm{d}\tau \right\}^{\frac{1}{2}}. \end{aligned} \tag{4.15}$$

这就是说, $A(x+\mathrm{i}y)$ 是每个半平面 $x \geqslant \varepsilon > 0$ 上复变数 $x+\mathrm{i}y$ 的有界全纯函数, 而 $A(\mathrm{i}y)$ 在某种确定意义上则表示这个函数的边界值.

令

$$u + \mathrm{i}v = A(x+\mathrm{i}y), \tag{4.16}$$

式中 u 和 v 是实数. 这时, $x+\mathrm{i}y$ 将作为 $u+\mathrm{i}v$ 的函数而被决定(不一定是单值的). 除了与使 $\dfrac{\partial A(Z)}{\partial Z} = 0$ 的点 $z = x+\mathrm{i}y$ 相对应的那些点 $u+\mathrm{i}v$ 外, 这个函数是解析函数, 但是半纯的. 边界 $x=0$ 是一曲线, 其参数方程为

$$u + \mathrm{i}v = A(\mathrm{i}y) \quad (y \text{ 为实数}). \tag{4.17}$$

这个曲线自身可以相交任意多次. 但一般说它使平面分为两个区域. 让我们从 y 由 $-\infty$ 逐渐跑到 ∞ 的方向来考虑曲线 (4.17) 的情形. 这时, 如果我们越出曲线 (4.17), 沿着一不再与 (4.17) 相交的连续曲线向右前进, 我们就得到一个点集. 不属于这个点集也不在 (4.17) 上的点, 叫做外点, 曲线 (4.17) 中包括外点的极限点的那一部分, 叫做有效边界. 所有其他的点都叫做内点. 例如, 在下一图中, 箭头所画的表示边界, 阴影区域是内点, 有效边界用粗线表示.

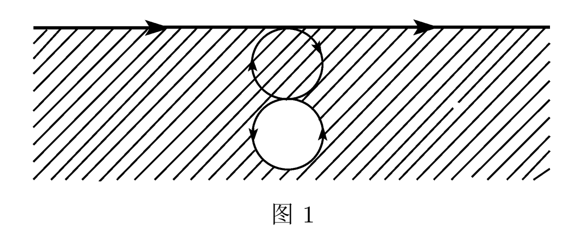


图 1

因此, A 在任意一个右半平面内有界的条件, 将是无穷远点不能为内点. 它可以是边界点, 但是对于这种边界点的类型必须加以十分严格的限制. 这些限制和内

点集离无穷远点的“厚度”[①]有关.

现在, 我们来研究线性反馈的数学表示问题. 假定系统控制过程的示意图 (不是线路图), 如图 2.

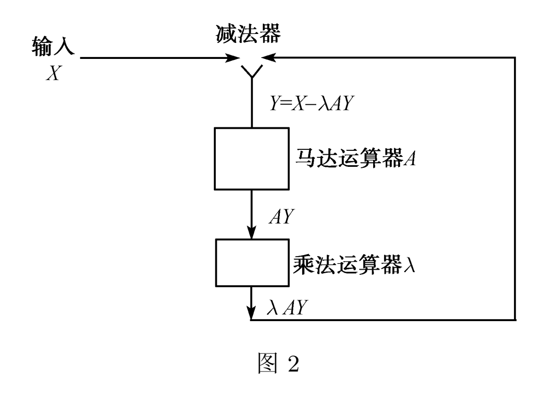


图 2

这里, 马达运算器的输入为 Y, 它是初始输入 X 与乘法运算器输出之差, 乘法器对马达动力输出的倍加因子为 λ. 即

$$Y = X - \lambda AY \tag{4.18}$$

或

$$Y = \frac{X}{1+\lambda A}. \tag{4.19}$$

因而马达的输出为

$$AY = \frac{Ax}{1+\lambda A}. \tag{4.20}$$

因此, 相应于整个反馈机构的运算子为 $A/(1+\lambda A)$. 这个运算子当且仅当 $A = -1/\lambda$ 时才等于无穷大. 对于这新的运算子, (4.17) 为

$$u + \mathrm{i}v = \frac{A(\mathrm{i}y)}{1+\lambda A(\mathrm{i}y)}, \tag{4.21}$$

当且仅当 $-\dfrac{1}{\lambda}$ 是 (4.17) 的内点时, 无穷远点才是内点.

如果 $-\dfrac{1}{\lambda}$ 是内点, 一个倍加因子为 λ 的反馈一定会引起许多麻烦, 事实上, 这些麻烦就是系统这时要陷于无终止的愈来愈强的振荡. 反之, 如果 $-\dfrac{1}{\lambda}$ 是外点, 我们可以证明这个困难不会发生, 这时反馈是稳定的. 如果点 $-\dfrac{1}{\lambda}$ 在有效边界上, 就

① 厚度 —— 设 ε 为正, 令 $z = x + \mathrm{i}y$ 平面中 $x \geqslant \varepsilon$ 的部分的 $A(x+\mathrm{i}y)$ 向 $u+\mathrm{i}v$ 平面的映象 (mapping) 为 $\mathfrak{U}(\varepsilon)$, 则 $A(x+\mathrm{i}y)$ 因 $x \geqslant \varepsilon > 0$ 而成为有界的集合, 而且如果 $\varepsilon > \varepsilon'$, 则 $\mathfrak{U}(\varepsilon')$ 含有 $\mathfrak{U}(\varepsilon)$. 内点集合是 $\varepsilon \to 0$ 时 $\mathfrak{U}(\varepsilon)$ 的极限集合. 称无限远点在一切 $\mathfrak{U}(\varepsilon)$ 之外为“厚度”. —— 日译者注

需要比较复杂的讨论. 在大多数场合, 系统都会发生振幅并不增大的振荡.

考虑几个运算子 A 的例子和它们许可的反馈范围, 也许是值得做的一件事, 我们不仅要考虑 (4.2) 形式的运算子, 而且也要考虑它们的极限, 假如以上的论证同样可以适用于它们的话.

如果取运算子 A 为微分运算子 $A(z)=z$, 则当 y 从 $-\infty$ 到 ∞ 时, $A(z)$ 同样从 $-\mathrm{i}\infty$ 到 $\mathrm{i}\infty$, 内点是右半平面的内点. $-\dfrac{1}{\lambda}$ 永远是外点, 所以任意等级的反馈都是可能的. 若取运算子为

$$A(z)=\frac{1}{1+kz}, \tag{4.22}$$

则曲线 (4.17) 为

$$u+\mathrm{i}v=\frac{1}{1+k\mathrm{i}y}, \tag{4.23}$$

或

$$u=\frac{1}{1+k^2y^2},\quad v=\frac{-ky}{1+k^2y^2}, \tag{4.24}$$

它可以写成

$$u^2+v^2=u. \tag{4.25}$$

这是一个半径为 1/2, 中心在 (1/2, 0) 的圆. 它的旋转方向是顺时针方向, 内点是通常认为内点的那些点. 在这情形下, 当 $-\dfrac{1}{\lambda}$ 永远在圆外时, 许可的反馈范围也是没有限制的. 与这运算子对应的 $a(\tau)$ 为

$$a(\tau)=\frac{\mathrm{e}^{-\tau/k}}{k}. \tag{4.26}$$

又假设

$$A(z)=\left(\frac{1}{1+kz}\right)^2. \tag{4.27}$$

于是 (4.17) 为

$$u+\mathrm{i}v=\left(\frac{1}{1+k\mathrm{i}y}\right)^2=\frac{(1-k\mathrm{i}y)^2}{(1+k^2y^2)^2}, \tag{4.28}$$

即

$$u=\frac{1-k^2y^2}{(1+k^2y^2)^2},\quad v=\frac{-2ky}{(1+k^2y^2)^2}. \tag{4.29}$$

我们得到

$$u^2+v^2=\frac{1}{(1+k^2y^2)^2}, \tag{4.30}$$

或

$$y=\frac{-v}{(u^2+v^2)2k}. \tag{4.31}$$

于是

$$\begin{aligned} u &= (u^2+v^2)\left(1-\frac{k^2v^2}{4k^2(u^2+v^2)^2}\right) \\ &= (u^2+v^2)-\frac{v^2}{4(u^2+v^2)}. \end{aligned} \tag{4.32}$$

在极坐标中, $u=\rho\cos\varphi, v=\rho\sin\varphi$, 上式变为

$$\rho\cos\varphi=\rho^2-\frac{\sin^2\varphi}{4}=\rho^2-\frac{1}{4}+\frac{\cos^2\varphi}{4}, \tag{4.33}$$

或

$$\rho-\frac{\cos\varphi}{2}=\pm\frac{1}{2}, \tag{4.34}$$

即

$$\rho^{\frac{1}{2}}=-\sin\varphi/2, \quad \rho^{\frac{1}{2}}=\cos\varphi/2. \tag{4.35}$$

能够证明, 这两个方程仅仅表示一条曲线, 它是顶点为原点而歧点在右边的心脏线. 这个曲线的内点不包含负实轴上的点; 和上面情形一样, 许可的放大率也是没有限制的. 这时运算子 $a(\tau)$ 为

$$a(\tau)=\frac{\tau}{k^2}\mathrm{e}^{-\tau/k}. \tag{4.36}$$

假设

$$A(z)=\left(\frac{1}{1+kz}\right)^3. \tag{4.37}$$

并假设 ρ 和 φ 的定义和上一情形中的一样. 于是,

$$\rho^{\frac{1}{3}}\cos\frac{\varphi}{3}+\mathrm{i}\rho^{\frac{1}{3}}\sin\frac{\varphi}{3}=\frac{1}{1+k\mathrm{i}y}. \tag{4.38}$$

和第一个例子中一样, 我们可推得

$$\rho^{\frac{2}{3}}\cos^2\frac{\varphi}{3}+\rho^{\frac{2}{3}}\sin^2\frac{\varphi}{3}=\rho^{\frac{1}{3}}\cos\frac{\varphi}{3}, \tag{4.39}$$

即

$$\rho^{\frac{1}{3}}=\cos\frac{\varphi}{3}, \tag{4.40}$$

它是如下形状的曲线 (图 3). 阴影区域表示内点区域. 所有系数超过 8[①] 的反馈都是不可能的. 相应的 $a(\tau)$ 为

$$a(\tau)=\frac{\tau^2}{2k^3}\mathrm{e}^{-\tau/k}. \tag{4.41}$$

① 当 $\varphi=\pi$ 时, $\rho=\left(\cos\frac{\pi}{3}\right)^3=1/8$. 因此反馈系数 $\lambda>8$ 时, 反馈是不可能的. —— 中译者注

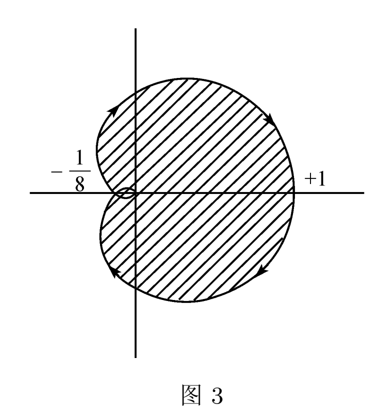


图 3

最后, 假设运算子 A 是一个简单的延迟 T 单位时间的运算子, 即

$$A(z) = \mathrm{e}^{-Tz}. \tag{4.42}$$

我们得到

$$u + \mathrm{i}v = \mathrm{e}^{-T\mathrm{i}y} = \cos Ty - \mathrm{i}\sin Ty. \tag{4.43}$$

曲线 (4.17) 是以单位速度和顺时针方向绕原点旋转的单位圆. 这个曲线的内部是通常意义下的内部, 反馈的极限强度为 1.

由此可以作出一个很重要的结论: 用任意强度的反馈来补偿运算子 $1/(1+kz)$ 都是可能的, 对于任意宽的频带, 它都可以使 $A/(1+\lambda A)$ 无限接近于 1. 因此, 用三次, 甚至只用两次的逐次反馈就可以补偿三个这种逐次作用的运算子. 但是, 我们不可能用单次反馈来无限补偿运算子 $1/(1+kz)^3$, 因为这个运算子是三个运算子 $1/(1+kz)$ 级联起来的合成结果. 运算子 $1/(1+kz)^3$ 也可以写成

$$\frac{1}{2k^2}\frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}z^2}\frac{1}{1+kz}; \tag{4.44}$$

可以把它看成三个具有一次式分母的运算子的加法合成的极限. 因此, 它是这样三个不同运算子的和, 其中每一个都可以用单次反馈来任意补偿, 但它们的和却不能用单次反馈来补偿.

在 MacColl 的重要著作中, 我们可以看到复杂系统的例子, 它能够用两次反馈来稳定, 但不能用一次反馈来稳定. 使用回转罗盘驾驶船舶时就遇到这种情形. 舵手预定的航向和罗盘仪上指示的航向之间的角度, 本身表现为舵的转动, 这个转动在船前进方向上产生一个转矩以改变船的航向, 使得预定航向和实际航向间的差异减小. 如果这个过程的完成, 是由于直接打开某一舵机的活阀并关上另一舵机的活阀而使舵的转动速度和船的偏航度成比例的话, 那么, 舵的角位置就大致和船的转矩成比例, 也就是和它的角加速度成比例. 因此, 船转动的大小和偏航度的三次微

商的负值成比例, 而我们必须依靠回转罗盘的反馈来稳定的操作是 kz^3, 这里 k 是正的. 这时曲线 (4.17) 为

$$u + \mathrm{i}v = -k\mathrm{i}y^3, \tag{4.45}$$

因为左半平面是内点区域, 所以用任何伺服机构都不可能稳定这个系统.

在以上的考虑中, 我们对驾驶的问题有点过于简单化了. 实际上是有一定摩擦力存在的, 船的加速度不仅仅由使船转动的力决定. 因此, 如果 θ 是船的角位置而 φ 是舵相对于船的角位置, 我们有

$$\frac{\mathrm{d}^2\theta}{\mathrm{d}t^2} = c_1\varphi - c_2\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t} \tag{4.46}$$

和

$$u + \mathrm{i}v = -k_1\mathrm{i}y^3 - k_2y^2. \tag{4.47}$$

这个曲线可以写成

$$v^2 = -k_3u^3, \tag{4.48}$$

它仍然不能用任何反馈来稳定. 当 y 从 $-\infty$ 跑到 ∞ 时, u 从 ∞ 跑到 $-\infty$, 曲线的左侧是内部.

但是, 如果舵的位置和偏航度成比例, 那么用反馈来稳定的运算子为 $k_1z^2+k_2z$, 而 (4.17) 变为

$$u + \mathrm{i}v = -k_1y^2 + k_2\mathrm{i}y. \tag{4.49}$$

这个曲线可以写成

$$v^2 = -k_3u, \tag{4.50}$$

但在这场合下, 当 y 从 $-\infty$ 跑到 ∞ 时, v 也从 $-\infty$ 跑到 ∞, 曲线的图形是从 $y=-\infty$ 到 $y=\infty$ 来描画的. 这时曲线的左侧是外部, 因此无限大的放大率都是可能的.

为了达到这个目的, 我们可以使用更高级的反馈. 如果我们不是用实际航向与预定航向间的偏离, 而是用这个量与舵角位置间的差别来调节舵机活阀位置的话, 舵的角位置就非常精确地和船的偏航度成比例, 不过需要足够强度的反馈 —— 即需要将活阀打开得足够宽. 这种双重的反馈控制系统, 事实上就是我们用回转罗盘自动驾驶船舶时通常采用的.

在人的躯体中, 手的运动或手指的运动都是一个包括很多关节的系统的运动. 整个输出是所有这些关节的输出的矢量和. 我们前面看到, 一般说, 像这种复杂的加法系统不能用单次的反馈来稳定. 因此, 通过对于表示运动尚未完成的量的观察来调节一个动作的随意反馈, 还需要其他形式的反馈来帮助. 我们把这些反馈叫做姿势反馈 (postural feed-back), 它们和肌肉系统紧张力的一般维持有关. 随意反馈在

小脑受伤的场合具有衰退或紊乱的倾向, 这时如果病人不企图完成一个随意动作, 就不会出现震颤. 如果病人不能够做到端起一杯水而不倾复它, 这是目的振颤, 它的性质和帕金森震颤 (tremor of Parkinsonianism) 或震颤麻痹有本质的不同. 最典型的帕金森震颤往往出现在病人休息的时候, 而当他试图完成一个特定动作时, 看起来却常常是很镇静的. 有一些患有帕金森症候的外科医生动起手术来却很胜任. 我们已经知道, 帕金森症候的出现不是根源于小脑疾病, 而是由于脑干中的某些部位有了病理上的病变. 这仅仅是一种姿势反馈疾病的原因, 还有许多姿势反馈疾病则是根源于神经系统其他部位的病变. 生理控制学的重大任务之一, 就是要分解出随意反馈和姿势反馈的复合体的各个不同部分. 搔反射和步行反射就是这种组分反射 (component reflex) 的例子.

当反馈可能而且稳定的时候, 如我们已经提到的, 它的优点是使运转不受负载的影响. 假设负载使特性 A 改变 $\mathrm{d}A$, 则改变率为 $\mathrm{d}A/A$. 如果反馈后的运算子为

$$B = \frac{A}{C + A}, \tag{4.51}$$

我们就有

$$\frac{\mathrm{d}B}{B} = \frac{-\mathrm{d}\left(1 + \dfrac{C}{A}\right)}{1 + \dfrac{C}{A}} = \frac{\dfrac{C}{A^2}\mathrm{d}A}{1 + \dfrac{C}{A}} = \frac{\mathrm{d}A}{A}\frac{C}{A + C}. \tag{4.52}$$

因此, 反馈使得系统与马达特性的依赖关系减小, 而且使系统稳定, 因为对所有的频率, 我们都有

$$\left|\frac{A + C}{C}\right| > 1. \tag{4.53}$$

这就是说, 内点和外点间的全部边界都必须处在圆心为 $-C$, 半径为 C 的圆以内. 然而, 这即使在我们前面讨论过的第一个例子中也不是如此. 如果一个强负反馈一直是稳定, 它的作用就在于能使系统的低频稳定度增加, 但是一般要以牺牲系统的一定高频稳定度为代价. 在许多场合下, 即使是这种有代价的稳定程度也是好的.

由于过量反馈引起振荡而发生的一个很重要的问题, 就是初期振荡的频率问题. 这个频率由 $\mathrm{i}y$ 中的 y 值决定, $\mathrm{i}y$ 对应于处在负 u 轴最左端的 (4.17) 的内区域和外区域的边界上的点. 量 y 当然是一个具有频率性质的量.

我们现在要结束从反馈的观点来研究线性振荡的基本讨论了. 线性振荡系统具有若干很特殊的性质, 使得它的振荡具有若干特征. 其中一个特征是, 当系统在振荡时, 它总能够 (如果没有其他同时的独立振荡) 而且一般说一定是按下一形式振荡:

$$A\sin(Bt + C)\mathrm{e}^{Dt}. \tag{4.54}$$

周期性非正弦振荡的存在, 常常表明至少对于我们所观察的变量说来系统是非线性系统的. 在某些场合, 选择新的独立变量后可以使系统再成为线性的, 不过这种场合很少.

线性振荡和非线性振荡另一个很重要的区别是: 对于前者, 振荡的振幅与频率完全无关; 而对于后者, 对应于给定的振荡频率, 系统的振荡一般只有一个振幅, 或者至多只有一组离散的振幅, 同时系统也只能有一组离散的振荡频率. 我们考察一下风琴管的情形就可以很好地说明这一点. 风琴管的理论有两种: 比较粗糙的线性理论和比较精确的非线性理论. 第一种理论把风琴管当作一个保守系统来处理, 不考虑风琴管是如何发生振荡的, 并且认为振荡的振幅完全不确定. 第二种理论把风琴管的振荡看成能量逸散的过程, 并认为这能量来自通过管口的空气流. 理论上, 的确存在通过管口的稳定状态的空气流, 它不和风琴管的任何其他形式的振荡交换能量; 但是, 对于空气流的某些速度, 这个稳定状态的条件是不稳定的. 这时, 只要偶尔稍为离开这个条件, 就会引起能量从空气流输入到风琴管的某一种或多种本征线性振荡中; 当能量输入到达一定程度时, 就将使管的固有振荡与能量输入的耦合加强. 单位时间的能量输入和由于热逸散产生的能量输出, 虽然具有不同的增长规律, 但达到振荡的稳定状态时, 这两个量必须相同. 因此, 非线性振荡的振幅和它的频率一样, 也就这样被确定了.

我们上面考查的情形, 是一种叫做张弛振荡的例子. 在张弛振荡的场合, 系统的方程组对时间原点的推移不变, 它的解对时间是周期性的 (或是对于推广了的周期性概念而言是周期性的), 它的振幅和频率是一定的, 但周相则不固定. 在我们讨论过的情形中, 系统的振荡频率接近于系统的某一疏耦合的, 近似于线性的部分的频率. B van der Pol 是研究张弛振荡的主要权威之一, 他曾经指出, 上述情形并不经常发生, 事实上有些张弛振荡的主频率并不接近于系统的任何线性振荡部分的频率. 举一个例子: 一股煤气流进一通空气的室, 在室中燃一指示灯; 当空气中煤气浓度到达某一临界值时, 在指示灯点火下, 这个系统就要爆炸, 发生爆炸的时间仅决定于煤气的流率、空气渗进和燃烧产物渗出的速率, 以及煤气和空气这爆炸混合物的成分百分比.

一般说, 非线性方程组很难求解. 但是有一种特别容易处理的情形, 在这情形下, 系统和线性系统只有很小的差别, 方程组中非线性的项改变得很慢, 以致在一个振荡周期中事实上可以看成是常数. 这时, 我们可以把这非线性系统当作具有缓变变化参量的线性系统来处理. 能够用这种方法研究的系统叫做久期微扰系统, 它的理论在引力天文学中起着很重要的作用.

把生理上的若干震颤大致当作若干久期微扰系统来处理, 是十分可能的. 在这样的系统中, 我们可以很清楚地看到, 为什么稳定状态的振幅和频率一样也是确定的. 假设这系统的某一个要素是一放大器, 并假设当系统的输入在一长时间内的平

均值在增加时, 放大器的增益减少. 于是, 当系统建立起振荡时, 放大器的增益会一直减削到系统到达平衡状态为止.

关于非线性张弛振荡系统, 有些场合已经用希尔和庞加莱的方法研究过了①. 研究张弛振荡的经典场合, 是系统的方程为微分方程的场合, 特别是低阶微分方程的场合. 当系统未来的行为依赖于它的全部过去的行为时, 这是积分方程的场合; 据我所知, 目前对这种情形还没有什么足够的研究. 但是, 我们不难大体说一下它的理论所应当采取的形式. 特别是当我们只注意周期解的时候. 这时, 方程中各个常数的微小变化会使运动方程发生微小的、因而接近线性的变化. 例如, 令 $Op\{f(t)\}$ 是 t 的一个函数, 它是对 $f(t)$ 进行非线性运算后产生的, 它受平移的影响. 于是, 和 $f(t)$ 的变分 $\delta f(t)$ 对应的 $Op\{f(t)\}$ 的变分为 $\delta Op\{f(t)\}$, 这时系统发生的动力学上的变化对 $\delta f(t)$ 说是线性的但不是齐次的, 虽然对 $f(t)$ 说是非线性的. 如果我们已知

$$Op\{f(t)\} = 0 \tag{4.55}$$

的一个解 $f(t)$, 并改变这力学系统的性质, 我们就得到 $\delta f(t)$ 的一个非齐次线性方程. 如果

$$f(t) = \sum_{-\infty}^{\infty} a_n \mathrm{e}^{\mathrm{i}n\lambda t}, \tag{4.56}$$

而且 $f(t) + \delta f(t)$ 也具有周期性形式:

$$f(t) + \delta f(t) = \sum_{-\infty}^{\infty} (a_n + \delta a_n) \mathrm{e}^{\mathrm{i}n(\lambda+\delta\lambda)t}. \tag{4.57}$$

则

$$\delta f(t) = \sum_{-\infty}^{\infty} \delta a_n \mathrm{e}^{\mathrm{i}\lambda n t} + \sum_{-\infty}^{\infty} a_n \mathrm{e}^{\mathrm{i}\lambda n t} \mathrm{i}n\delta\lambda t. \tag{4.58}$$

$\delta f(t)$ 的线性方程中的所有系数都能展成 $\mathrm{e}^{\mathrm{i}\lambda n t}$ 的级数, 因为 $f(t)$ 本身能够展成 $\mathrm{e}^{\mathrm{i}\lambda n t}$ 的级数. 因此, 我们得到一个包括无限个方程的 $\delta a_n + a_n, \delta\lambda$ 和 λ 的非齐次线性方程组, 它可以用希尔的方法来求解. 在这时, 至少可以设想从一个线性方程 (非齐次的) 出发应用逐步求近法, 来求得非线性张弛振荡问题的一个很普遍的解. 然而, 这个工作还有待于将来.

在一定意义上说, 这一章讨论的反馈控制系统和上一章讨论的补偿系统性质上是相媲美的. 它们都能使一个效应器的复杂输入 – 输出关系变为简单的比例关系. 如我们前面看到的, 反馈系统的作用还不止此, 它的运转相对地说不依赖于效应器的特性和特性的变化. 因此, 这两种控制方法的相对有用性, 取决于效应器的不变

① Poincaré H. Les Méthodes Nouvelles dans la Mécanique Céleste.

性. 我们自然认为最有利的场合是把这两种方法组合起来使用. 组合的办法有很多种, 图 4 说明一种最简单的组合办法:

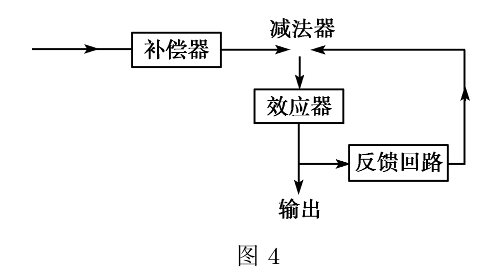


图 4

在上图中, 可以把整个反馈系统看成一个更大的效应器, 这样, 除了必须把补偿器安装得能够补偿在一定意义上表示反馈系统的平均特性的那个量以外, 这个图就没有什么新颖的地方了. 另一种类型的组合装置如图 5.

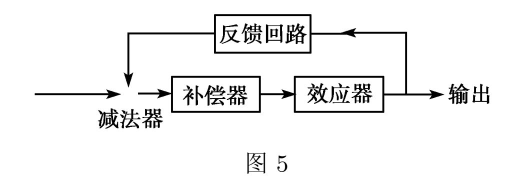


图 5

这里, 补偿器和效应器组合成一个更大的效应器. 这样安排一般会改变最大许可反馈量, 从这样的安排中, 我们不容易看出为什么它往往能使反馈量有相当程度的增加. 此外, 在同样大小的反馈量下, 这种装置显然能改善系统的运转. 例如, 如果效应器具有延迟的特性, 则补偿器就要是一个预报器或预测器, 这个预测器是针对输入的统计系综而设计的. 这样的反馈可以叫做预报反馈, 它起着催促效应器机构动作的作用.

这种普遍形式的反馈一定能在人类和动物的反射中发现. 当我们射猎野鸭时, 我们希望减到最小程度的误差不是枪的位置和目标的实际位置间的误差, 而是枪的位置和目标的预期位置间的误差. 任何防空炮火控制系统都一定遇到同样的问题. 关于预报反馈的稳定性条件和有效性条件, 目前还需要作更透彻的讨论.

当一辆卡车行驶在结冰的道路上时, 我们会看到另外一种有趣的反馈形式. 我们的整个驾驶操作依赖于对路面滑溜情况的知识, 即依赖于对车–路系统运转特征的知识. 如果我们想依靠这系统的普通运转获得这个知识的话, 那么, 我们在得到这个知识以前可能就滑出去了. 因此, 我们必须不断给驾驶盘以小而迅速的力, 这些力不会使卡车更严重地滑出去, 却完全足够向我们的运动神经报告这卡车是否有滑翻的危险, 我们就根据这些消息来调节驾驶操作.

这种控制方法可以叫做信息反馈控制, 我们不难把它图解成机械的形式, 在实

际中使用它是完全值得的. 在这个机械形式中, 包括一个用来补偿效应器的补偿器, 它的特性可以由外界加以改变. 我们在传入的消息上, 加上一个弱的高频输入; 并从效应器输出中取出同样高频的那一部分输出, 用一个适当的滤波器使它与输出的其他部分分离开来. 为了知道效应器的运转特性, 我们必须考察高频输出对输入的振幅–周相关系. 根据这个关系, 就可以适当地改善补偿的特性. 这种系统的示意图很多, 如图 6 所示:

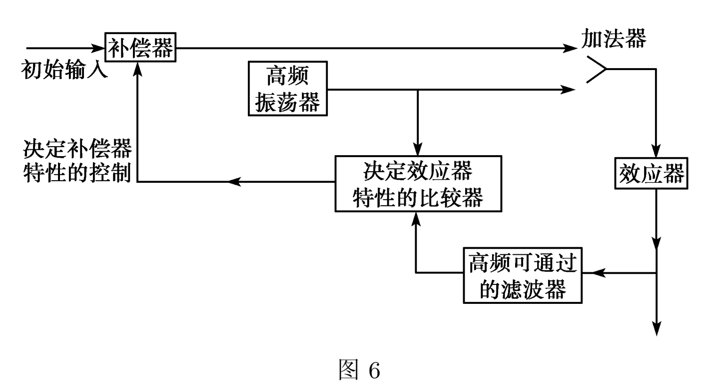


图 6

这种形式的反馈的优点, 是可以校准补偿器, 使得它对任何种类的不变负载都是稳定的; 而且, 如果负载特性的改变比起初始输入的变化来足够慢 (这种改变的方式我们前面叫做久期式的), 如果负载条件的读数准确, 那么系统就不会产生振荡. 有很多场合, 负载就是按照这种久期的方式改变的. 例如, 炮塔上炮的摩擦负载依赖于所擦油的硬度, 而这又依赖于温度; 但在炮塔转动不多时这个硬度是没有显著变化的.

当然, 只有在高频负载特性与低频的相同或者能适当地由后者来表示时, 信息反馈才能工作得很顺利. 这种场合往往在负载特性 (因而效应器的特性) 涉及的可变参数数目相对少时发生.

信息反馈和上面列举的带补偿器的反馈的例子, 仅仅是一种很复杂理论的特殊情况, 这个理论还没有研究得很完整. 整个理论正在迅速发展中. 在最近的将来我们必须予以更多的注意.

在结束这一章以前, 我们不要忘记反馈的原理在生理学上还有一个重要的应用. 在很多场合, 一定形式的反馈不仅是生理现象中常见的例子, 而且它对生命的延续也是绝对必要的, 我们在所谓稳态 (homeostasis) 的情形中可以看到这点. 高级动物的生命, 特别是健康的生命, 能够延续下去的条件是很严格的. 体温只要有摄氏半度的变化, 一般就是疾病的征候; 如果有长时间的五度变化, 就不能保持生命. 血液的渗透压和它的氢离子浓度必须保持在严格限度内. 体内的废物在浓度达到有毒以前必须排泄出去. 此外, 白血球和抵抗感染的化学防疫作用必须保持适当

的水平; 心搏率和血压必须既不太高也不太低; 性生殖周期必须符合种族的生殖需要; 钙代谢必须既不使我们的骨质松化, 也不使我们的组织钙化, 等等. 一句话, 我们内部组织中必须是一个由恒温器、氢离子浓度自动控制器、调速器等构成的系统，它相当于一个巨大的化学工厂. 我们把这些总起来叫做稳态机构.

稳态反馈与随意反馈和姿势反馈有一个很大的差别, 稳态反馈进行得比较迟缓. 因为几分之一秒内发生的生理上的稳态的改变, 就使身体遭受严重而经久的创伤, 这样的情况是少见的, 即使对于大脑贫血来说, 也不会发生这种情况. 因此, 进行稳态的神经纤维 (交感神经系和副交感神经系) 往往是无髓鞘的, 我们知道, 它们比有髓鞘纤维的传导速度迟缓得多. 典型的稳态效应器 (平滑肌和分泌腺) 的动作比起随意活动和姿势活动的效应器 (横纹肌) 的动作来也是迟缓的. 有许多有关稳态系统的消息是通过非神经通道传导的, 这些非神经通道就是心脏肌纤维的直接吻合, 或化学媒介, 例如荷尔蒙、血液中的碳酸气等等; 除了通过心脏肌纤维传导的场合, 它们一般也比有髓鞘纤维的传递方式迟缓.

任何一本关于控制学的教程, 都应当透彻详尽地讨论稳态的过程, 有关这个过程的许多个别情形已经在文献中相当详尽地讨论过了[①]. 但是, 对本书说, 与其说对这个问题已作了一个概要的论述, 不如说只是作了一个引导. 上述稳态过程的理论需要比较详尽的一般生理学知识.

① Cannon W. *The Wisdom of the Body*. New York: W. W. Norton & Company, Inc., 1932; Henderson L J. *The Fitness of the Environment*. New York: The Macmillan Company, 1913.

第五章　计算机和神经系统

计算机本质上是一种记录数字、运算数字并给出数字结果的机器. 它的成本中的很大一部分, 无论就经济方面或就建造的劳力方面说, 都花费在数字要记录得清楚而准确这个简单问题上. 最简单的记录数字的方式似乎是利用均匀刻度尺, 上面附有一个能够移动的游标. 如果我们希望记录一个数字准确到 n 分之一, 那么必须保证在尺上任何一个区域中游标所指的位置都具有这个准确度. 这就是说, 当信息量为 $\log_2 n$ 时, 我们无论怎样移动游标都必须要满足这个准确度的要求, 这时记录的耗费可以写成 An 的形式, 这里 A 约为常数. 更确切地说, 由于 $n-1$ 个区域中满足了准确度的要求, 剩下的那个区域也一定满足准确度的要求, 所以记录信息量 I 的耗费大致为

$$(2^I-1)A. \tag{5.1}$$

如果让这个信息分布在两个尺上, 而每个尺的刻度的准确度要小一些, 这时, 记录这信息量的耗费大致为

$$2(2^{\frac{I}{2}}-1)A. \tag{5.2}$$

如果让这个信息由 N 个尺来记录, 记录的耗费近似地为

$$N(2^{\frac{I}{N}}-1)A. \tag{5.3}$$

这个量当

$$2^{\frac{I}{N}}-1=\frac{I}{N}\cdot 2^{\frac{I}{N}}\log 2 \tag{5.4}$$

时具有最小值, 或者令

$$\frac{I}{N}\log 2=x, \tag{5.5}$$

当

$$x=\frac{\mathrm{e}^x-1}{\mathrm{e}^x}=1-\mathrm{e}^{-x}, \tag{5.6}$$

这个等式当且仅当 $x=0$ 或 $N=\infty$ 时才能成立. 这就是说, 为了使贮藏信息的耗费最低, N 应当尽可能的大. 我们知道, $2^{I/N}$ 必须是一不等于 1 的整数, 因为当 $2^{I/N}=1$ 时, 这意味着要用无限个尺, 而每一个尺却不包含一点信息. $2^{I/N}$ 最有意义的数值是 2, 这时, 我们的数字记录在一组彼此不相关的尺上, 而每个尺又分为两个相等部分. 换句话说, 我们在一组尺上用二进位制来表示数, 在二进位制的尺上, 我们只需知道一个固定量落在尺的两个相等部分的这一边或另一边, 而且, 所观察

的量不能肯定落在尺的哪一半, 这种可能性小得简直可以忽略. 这就是说, 数 ν 可以表成下列形式：

$$\nu = \nu_0 + \frac{1}{2}\nu_1 + \frac{1}{2^2}\nu_2 + \cdots + \frac{1}{2^n}\nu_n + \cdots, \tag{5.7}$$

式中的每个 ν 或者为 1, 或者为零.

现代的计算机可以分为两大类型, 像 Bush 微分分析器那样的①, 叫做模拟计算机, 在这种机器中, 数据用某种连续尺上的量度来表示, 因而其准确度取决于尺的构造的准确程度; 像通常台式加法或乘法机那样的, 叫做数字计算机, 在这种机器中, 数据用一套可能事件的一组选择来表示, 而其准确度取决于这些可能事件能够加以区别的明晰程度, 取决于每次选择时可供挑选的可能事件的数目, 和给定的选择次数. 因此, 对于要求高度准确的计算说, 用数字计算机总是比较合适的, 尤其是根据二进位制制造的数字计算机, 因为在这种数字计算机中每次选择时可供挑选的可能事件为 2. 我们之所以采用十进位制的计算机完全是由历史的偶然所决定的, 根据十个手指建立起来的计数尺度, 早在印度人发现零的重要性和坐标记数的优点时, 就已采用了. 当大部分计算需要依靠以常用的十进位制形式把数字送入机器, 而取出的数字必须用同样形式表示的那种计算机来完成时, 十进位制的计算机还是值得保留的.

其实这就是通常的台式计算机的使用, 例如在银行中, 企业机关中和许多统计研究部门中所使用的. 但是, 对于更大型的和更自动化的用起来最方便的计算机说, 采用十进位制并不是最好的方向; 一般说, 任何一种计算机之所以被使用, 是由于用它比用手更快. 在任何形式联合起来使用的计算手段中, 就像任何联合的化学反应一样, 整个系统的时间常数的数量级由最缓慢的一种决定. 因此, 在任何复杂的计算过程中要尽可能消除人的因素, 只是在最初和最终的运算阶段, 在这些绝不可免的地方才用到人, 做到这点是很有好处的. 在这时, 应当有一个改变记数制度的工具, 以便在计算过程的最初和最后阶段应用; 而所有中间的运算过程则用二进位制来完成.

因此, 理想的计算机必须在运算一开始就放入所有的数据, 以后必须尽可能没有人的干预直到运算终了. 这就是说, 我们不仅必须在运算开始时把数据放入机器, 而且在计算过程中, 组合这些数据的全部规则也必须以指令的形式放入机器, 这些指令应估计到计算过程中可能发生的各种情况. 因此, 计算机既要是一个算术机器, 又要是一个逻辑机器, 它必须根据系统的算法把可能发生的事件组合起来. 用来组合可能事件的算法可以有许多种, 在已知最好的算法中最简单的一种叫做逻辑代数, 或者叫做布尔 (Boole) 代数. 这种算法和二进位制算术一样, 都是以二分法为

① *Journal of the Franklin Institute* 所载 1930 年以后的各论文.

基础的, 即以是或否的选择, 在类中或不在类中的选择为基础的. 这种体系比其他体系更为优越的原因, 和二进位制算术比其他算术更为优越的原因相同.

所有放入机器的数据, 无论是数字的或是逻辑的, 都用两个二中择一事件的一系列选择来表示; 数据的全部运算也采取由一系列旧的选择决定一系列新的选择的形式. 当我们把两个一位数字 A 和 B 加起来时, 就得到一个二位数字, 如果 A 和 B 都是 1, 头一位数字就是 1, 否则是 0; 如果 $A \neq B$, 第二位数字是 1, 否则就是 0. 多位数字的相加遵从类似的法则, 但比较复杂. 二进位制的乘法和十进位制的一样, 可以简化为乘法表和数字的加法; 二进位乘法的法则有着特别简单的形式, 如下表所示：

$$\begin{array}{c|cc} \times & 0 & 1 \\ \hline 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{array} \tag{5.8}$$

因此，二进位乘法不过就是由给定的一组旧数字决定一组新数字的方法.

在逻辑方面, 如果 0 是一个否定的判断, 1 是一个肯定的判断, 那么每个运算子都可以由以下三种运算构成：否定, 它使 1 变为 0, 0 变为 1; 逻辑加法, 如下表：

$$\begin{array}{c|cc} \oplus & 0 & 1 \\ \hline 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{array} \tag{5.9}$$

和逻辑乘法, 它的乘法表和 (5.8) 的 (1, 0) 制数字乘法表相同, 即

$$\begin{array}{c|cc} \odot & 0 & 1 \\ \hline 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{array} \tag{5.10}$$

这就是说, 计算机在进行运算时, 不过就是根据事先决定的一套固定规则从 1 和 0 这两个数字中进行一系列新的选择. 换句话说, 计算机是由一组结构相同的替续器构造起来的, 每个替续器只能处在两个状态中的一个, 即 “通” 或 “不通”; 对于每一运算步骤, 各个替续器的状态由前一运算步骤中若干个或全部替续器的状态来决定. 可以由某个中央同步装置或若干中央同步装置来准确地 “确定” 这些运算步骤的动作时间; 也可以设法使每个替续器的状态保持不变, 直到所有应在运算过程中动作得较早的替续器完成了全部规定步骤后, 它们才动作.

计算机中使用的替续器可以是各种各样性质的. 它们可以是纯机械性的; 也可以是电–机械性的, 例如电磁替续器, 这种替续器的电枢可以一直保持两个可能平衡状态中的一个, 直到某个适当的脉冲输入使它建立起另一状态为止. 它们也可以是具有两个相反的平衡状态的纯电学系统, 这种系统可以用气体充电管构成, 也可以用动作迅速得多的高真空管构成. 替续系统的两个可能状态在没有外界干扰时

可以都是稳定的, 或者只有一个状态稳定而另一状态是过渡性的, 在第二个场合下, 一定要 (在第一个场合一般也要) 有一种特殊的装置, 把准备在将来动作的脉冲保存起来, 并避免计算机因某个替续器自发地、无限地重复同一动作时所发生的障碍. 以后我们还要比较详细地来讨论这个关于记忆的问题.

我们知道, 能够做计算系统所做工作的人和动物的神经系统, 它们的元件动作起来就像理想的替续器, 这个事实值得我们注意. 这些元件就是所谓的神经元或神经细胞. 它们在电流影响下虽然显示一些比较复杂的性质, 但它们通常的生理活动极其符合 “全或无” 原理, 就是说, 它们或者处在休止状态, 或者在 “激发”(fire) 时历经一系列与刺激性质和强度几乎无关的兴奋. 首先, 一个兴奋从神经元的一端以确定速度传递到另一端, 接着就是不应期 (refractory period), 在不应期中, 神经元或者不能再被刺激, 或者至少不被任何正常生理过程所刺激. 在这个有效不应期终止以后, 神经元仍然保持休止状态, 但可以再被刺激而动作起来.

因此, 实质上可以把神经看作一个只具有两个动作状态的替续器：激发和休止. 除了从游离末梢 (free endings) 或感觉末梢器 (sensory end-organs) 获得消息的那些神经元, 每个神经元得到的消息都是由其他神经元从它们的接触点处输入的, 这些接触点叫做突触 (synapse). 一根传出神经元的突触数目可有几个到几百个. 在各个突触上, 传入冲动的状态与传出神经元自身先前的状态组合起来决定传出神经元是否要激发. 如果它既未激发也非不应, 而且在某一很短的融合时间内如果 “激发” 的传入突触数超过了一定的阈值, 那么经过已知的确定不变的突触延迟时间后, 这个神经元就会激发.

也许这个图景过于简单了, 可能 “阈值” 不是简单由突触数决定, 而是由它们的 “权重”(weight) 和它们彼此之间的几何关系 (相对于从这些突触得到冲动的神经元而言) 所决定的; 目前我们已有十分令人信服的证据说明, 神经系统中有一种不同性质的突触, 即所谓 “抑制性突触”; 这些突触的作用是：或者完全阻止传出神经元激发, 或者至少是提高传出神经元对于平常突触刺激的阈值. 然而, 我们已经十分清楚, 和一定神经元具有突触连结的各传入神经元上的各个冲动, 只有按照某种确定的组合才能引起那个神经元激发, 而其他结合则不能引起它激发. 这不是说不可以有其他非神经元性的影响, 也许还有一种液递性的影响, 这种影响能够使足以引起激发的传入冲动组合方式发生缓慢的、经久性的变化.

神经系统的一个很重要的功能就是记忆, 如前所述, 计算机也同样要求具有这个功能, 它是保存过去运算结果以待将来使用的一种能力. 我们下面将看到, 记忆有各种各样的用途, 任何简单的机构都不可能完全满足这多种用途对它提出的要求. 首先, 记忆对实现一个流动的过程是完全必要的, 例如对乘法, 在乘法中, 当运算一旦完成后, 所有的中间结果就没有价值了, 这时运算的装置应当空出来作其他的用途. 这样的记忆应当记录得快, 读得快, 也要清除得快. 此外还有一种记忆, 是

计算机或大脑中相当于档案的记忆部分, 叫经久性的记录; 它是计算机未来全部行为的根据, 至少是机器在一次运转中全部行为的根据. 顺便提一下, 我们运用大脑和运用计算机的方法有一个重要的区别：机器先后所要作的各个运算程序之间没有什么关系, 或者只有最小限度的关系; 其中每个程序运算后都能清除掉; 但是, 大脑在自然过程中, 即使基本上清除它过去的记录也是不可能的. 因此, 大脑在正常情况下并不和计算机完全类似, 但和正在完成一次运算程序中的计算机比较, 倒颇为类似. 我们以后将看到, 这一点在精神病理学和精神病学中有其深刻的意义.

现在回到记忆的问题. 建立短时间记忆的一个十分令人满意的方法, 是使一序列冲动沿着一个封闭线路进行, 一直到这环路被外来干扰所清除为止. 我们有许多理由相信, 大脑在所谓表面上的现在①(specious present) 的那些冲动时, 就是这种情形. 这种方式已经在若干装置中模仿了, 并已采用到计算机中, 或者至少有人提议这样做. 这种存储装置要求满足两个条件：冲动的传递应当在一种容易产生长时间滞后的介质②中进行; 在装置发生的差错还没有使冲动过分模糊以前, 它就应当尽可能明晰地重新建立起来. 第一个条件使我们不能利用光传递来产生延迟, 甚至在许多场合也不能利用电路产生延迟, 但利用这种或那种弹性振动来产生延迟则是有利的; 实际上, 计算机就是利用弹性振动来产生延迟的. 如果用电路产生延迟, 每个阶段产生的延迟就比较短; 否则, 如同一切线性装置中的情形那样, 消息的变形是暴进的, 很快消息就变得面目全非了. 为了避免这点, 必须作上述第二个考虑：我们必须在线路的某个地方装入一个替续器, 它不是用来重复传入消息的波形, 而是用来引发预定波形的新消息. 这在神经系统中很容易做到, 神经系统中所有的传递或多或少都是扳机现象 (trigger phenomenon) 的传递. 在电器工业中, 我们早已知道有了这种用途的装置, 它用在电报线路中. 这套装置叫做电报型中继器. 运用这套装置来作经久性记忆的最大困难, 就是它们必须在经受一个接一个的、大量的运算周转时不发生一次事故. 目前, 这方面已经得到了惊人的成就：在曼彻斯特大学威廉先生设计的一套机器中, 这种装置的单位延迟时间约为百分之一秒, 它能成功地连续运算数小时之久. 更惊人的是, 这个装置不仅仅能保存一个判断, 一个 “是” 或 “否”, 而是能保存成千个判断.

和其他形式的记忆大量判断的装置一样, 这个装置是根据扫描原理来工作的. 在比较短的时间内贮存信息的一个最简单的方式, 就是电荷贮藏在电容器中的那种方式; 如果还配合上电报型中继器, 这就成为一个很合适的贮存方式. 为了最有效

① 表面上的现在 —— 也叫心理学的现在. 严格地说, 即是过去的事情, 在内心中也觉得是现在的事情的那种心理内容. 即这种心理现象可以看作是具有表面上的现在型的记忆.—— 日译者注

② 这大概是依据脑皮的刺激所引起的神经元线路的循环兴奋的东西. 与美国 Bishop 等所谓的循环线路说 (theory of reverberating circuits) 有关系. 请参看下面论文的暂时扫描说 (temporal scanning): Pitts W and McCulloch W S. *Bull. of Math. Biophysics,* 1947, 9: 127.—— 日译者注

地利用这种贮藏系统的线路设备, 我们希望电容器能逐个地很迅速地转接到另一个电容器. 通常是利用机械惯性来达到这个目的, 但这不能有超高速性. 一个好得多的方法是使用大量的电容器, 其中一个电极可以是一小块金属喷到一块电介质上, 也可以是电介质本身的非完全绝缘表面, 作为这些电容器的一个接线器 (connector) 的是一束阴极射线, 这束射线在扫回线路的电容器和磁石的作用之下, 按照一种类似田里犁地的过程那样移动. 目前已经有各种不同的精巧装置来实现这个方法, 实际上, 在威廉先生使用这方法以前, 美国无线电分司就已经以另一不同的方式来使用它了.

上面提到的这些贮存方法, 即使不能把消息保持到像人的生命的时间那样长, 也能保持相当长的时间. 如果要求更经久的记录, 则有广泛的方法可供挑选. 除了使用穿孔卡片和穿孔带这类笨而慢的不能清除的方法外, 还可以使用磁带, 已有能大大消除消息在磁带上的散开的最新改进品; 此外, 还有使用磷光物质的方法; 尤其是使用照相方法. 当然, 照相法是作经久性和详尽记录的理想方法, 从记录一次观察需要的曝光时间应当短这个观点看, 它也是理想的方法. 但是, 它还有两个严重的缺点：显像时间虽然已经短到只有几秒钟, 可是如果要使照相法对短时间记忆也能有效, 它还是不够短的; 其次, 目前的事实是, 照相记录不容易迅速清除掉并迅速记入新记录. Eastman 公司的人员正在研究这些问题, 看来不是一定不能解决的, 可能这时候他们已经找到答案了.

我们上面考虑的许多贮存信息的方法, 共同具有一个重要的物理要素. 这就是, 它们似乎都是高度量子简并性的系统; 换句话说, 都是振动方式很多但频率相同的系统. 铁磁性物质的情况就是这样, 具有很高介电常数的物质的情况也是这样, 因此这些物质特别适合用来作贮存信息的电容器. 磷光现象同样是高度量子简并性的; 照相过程中也显示同样性质的效应, 显像用的许多物质似乎都是具有大量内部共振的物质. 量子简并性的出现, 是由于这种物质具有某种由很小的原因就能产生显著而稳定的结果的能力. 我们在第二章中看到, 新陈代谢和生殖作用的许多问题与高度量子简并性物质有关. 下述的事实也许并不偶然：在无生命环境中, 我们发现高度量子简并性的物质具有生命体的第三基本性质, 这就是, 它的接受冲动和组织冲动; 并使这些冲动对外界产生效应的能力.

我们在照相和其他类似过程中看到, 可以用若干贮存元件发生经久性的改变的方式, 来贮存消息. 当反过来要把这个储存信息重新注入系统时, 必须使这些改变去影响正在通过系统的消息. 有一个最简单的方法可以做到这点, 这就是我们以系统中在正常情况下参与消息传递的、能够改变状态的部分作为贮存元件, 而且这些元件必须具有这样的性质, 即因储存了信息而引起的元件特性的改变能够影响整个未来传递消息的方式. 在神经系统中, 神经元和突触就是这种贮存元件, 信息所以能长期贮存在大脑中, 很可能是由于神经元阈值的改变, 或者采取另一个实质相同

的说法, 是由于每个突触对消息的透过率有改变. 现在对这个现象还没有更好的解释, 许多人认为, 实际上信息是能按照这种方法贮存在大脑中的. 可以设想, 这样来贮藏信息之所以可能, 或者是由于新的传导路径被打通, 或者是由于旧的传导路径被封锁. 人在出生以后, 大脑中就再不生成什么新的神经元, 这显然已是充分确立的事实. 可能也没有什么新的突触形成, 虽然这一点还不能完全确定; 而记忆过程中阈值的改变主要是在增加, 这也是合理的推测. 如果一切果真如此, 我们的全部生命就是按照巴尔扎克在驴皮记 (Peau de Chagrin) 里描写的那种方式进行的：在生命自身浪费掉我们生命力的积蓄以前, 学习和记忆过程本身就耗尽了我们的学习能力和记忆力. 很可能这个现象的确存在. 这是衰老的一种可能解释. 然而, 衰老的实际现象是非常复杂的, 仅仅用这种说法不足以解释.

我们已经说过, 计算机, 乃至大脑, 是一个逻辑机器. 这种自然的和人造的机器对逻辑学有什么启发, 考虑这个问题不是一件轻而易举的事. 这方面的工作主要是由图灵进行的[①]. 我们说过, 推理机器 (machina ratiocinatrix) 无非就是用机器来进行的的推理演算器 (calculus ratiocinator); 现代的数理逻辑也正是从这种推理演算出发的, 因而目前计算技术的发展必然对逻辑学问题有新的启示. 今天的科学是操作的科学[②], 这就是说, 今天的科学认为每一种陈述本质上都联系到一些可能的实验或可观测的过程. 根据这个观点, 逻辑问题的研究, 必然归结为对逻辑机器 (神经的或机械的) 的研究和对于这些逻辑机器的所有不可消除的局限和不完整性的研究.

有些读者也许要说, 这是把逻辑学归结为心理学, 而这两门科学显而易见不同, 并且可以证明是不同的. 许多思维的心理学状态和过程并不符合逻辑规范, 就这个意义来说, 这种见解是对的. 心理学包含很多逻辑学以外的东西. 但是, 重要的是：任何对我们有意义的逻辑都不能包括人的智力所不能包括的东西, 也就是不能包括人的神经系统所不能包括的东西. 所有的逻辑, 都因人的智力在进行所谓逻辑思维时的局限而受到限制.

例如, 有许多数学理论专门从事关于无限的讨论, 但这些讨论和它们相应的证明事实上都不是无限的. 任何一种可以接受的证明都包含有限数目的步骤. 不错, 运用数学归纳法所作的证明似乎包含无限个步骤, 但这只是表面的. 事实上, 它包含下列有限个步骤：

(1) P_n 是对应于数 n 的一个命题;

(2) P_n 对 $n=1$ 的场合已经证明了;

(3) 如果 P_n 是真的, P_{n+1} 就是真的;

① Turing A M. On computable numbers with an application to the entscheidungsproblem. *Proceedings of the London Mathematical Society. Ser.*, 1936, 2(42): 230-265.

② 此处维纳抱有操作主义的哲学观点.—— 俄译者注

(4) 因此 P_n 对每个正整数 n 都是真的.

自然, 在我们所作的逻辑假设中, 必须有一个证明论证有效的假设. 然而, 这里的数学归纳法和关于无限集的完全归纳法远不是一回事. 对于更严格的数学归纳法形式, 例如某些数学部门中的超限归纳法, 情形也是如此.

这样, 就会发生一些有趣的情况：我们也许能够 —— 只要有足够的时间和够用的数学手段一一对定理 P_n 的每一单独场合予以证明; 但是, 如果我们没有系统的方法把这些证明归诸一个与 n 无关的论证, 例如像数学归纳法那样, 我们也许就不能对所有的 n 来证明 P_n. 在所谓元数学中就承认有这种特殊的情况, 这个部门主要是由 Gödel 及其学派发展起来的.

一个证明表示一个用有限步骤达到确定结论的逻辑过程. 但是, 一个遵从确定规则的逻辑机器并不必要达到结论. 它可以通过不同阶段不断运转, 永不终止, 这时它可以或者是描画出一个愈来愈复杂的活动图案, 或者是进入一种反复过程, 如同一盘棋在行将终局时由不断的 "将军" 构成的连续循环一样. 在康托和 Russell 的悖论中就有这种情形. 让我们来考虑由所有的自身不是自身的元的类构成的类. 这个类是不是自身的元呢? 如果是, 那么肯定它不是自身的一个元; 如果不是, 那么同样又可以肯定它是自身的一个元. 计算机在回答这个问题时, 会不断作出相间的答案："是", "不是", "是", "不是", 一直下去, 不能稳定下来.

Russell 解决自己的悖论的方法, 是给每个状态规定一个量, 叫做型, 根据命题所涉及的对象 (无论这些对象是最简单意义下的 "事物", 或是 "事物" 的类, 或是 "事物" 的类构成的类, 等等) 的特性, Russell 用型这个量来区别形式上似乎相同的命题. 我们现在也用对每个命题规定一个参数的方法来解决这种悖论, 这个参数就是命题陈述的时间. 在这两个场合下, 我们可以把引进的量都叫做均匀化参数, 它用来解除仅仅由于我们的疏忽而产生的迷惑.

由此可见, 计算机的逻辑和人的逻辑十分相似, 根据图灵的意见, 我们可以用它来说明人的逻辑. 计算机是否也有比较高级的人类特征 —— 学习能力呢? 为了看出它也可以有这个特性, 让我们来考虑两个彼此密切有关的概念, 即观念联合的概念和条件反射的概念.

在英国经验哲学学派中, 从 Locke 到 Hume, 都把人的心灵内容看成是由某种东西构成的, Locke 把这些东西叫做观念, Hume 则把它们叫做观察或印象. 他们假设, 简单的观念或印象存在于纯粹被动的心灵中, 心灵对它所包含的观念没有影响, 如同一块干净的黑板对可以写在上面的记号没有影响一样. 他们又假设, 由于某种内在活动 (很难叫做力), 这些观念根据类似原则、邻接原则和因果原则而联成一束. 在这些原则中, 最重要的也许是邻接原则：一群观念或印象往往在时间中或空间中一同出现, 它们具有一个唤起另一个的能力, 因此其中任何一个的出现就会招致整群的出现.

总之, 这里包含一种动力学意义, 但是动力学观念到现在还没有从物理学渗透到生物学和心理学. 18 世纪典型的生物学家是 Linnaeus, 他是一个搜集家和分类学家, 他的观点与今天的进化论者、生理学家、遗传学家和实验胚胎学家的观点十分对立. 的确, 面对着世界上这么许多材料要去考察, 当时的生物学家们的精神面貌很难不如此. 同样, 在心理学中, 心理内容的概念压倒了心理过程的概念. 现在还有人认为名词是本质的而动词的重要性不大, 这大概是经院式的强调实体的遗风. 虽然如此, 但是, 像 Pavlov 的工作这样的例子表明，从这些静力学观念跨向今天更具动力学的观点的步伐, 还是很明显的.

Pavlov 的工作很多是在动物上进行的而不是在人身上进行的; 他研究的是可见的动作, 不是内省精神状态. Pavlov 发现, 食物能引起狗的唾液和胃液分泌增加. 如果在有食物而且仅仅在有食物时, 给狗看某个可见物体, 那么在没有食物时, 它看到这个物体也能刺激唾液或胃液的流出. Locke 由内省观察到的由于观念邻接而发生的观念联合, 现在变成了类似的行为方式的联合.

然而, Pavlov 的观点和 Locke 的观点之间有一个重要区别, 这完全因为 Locke 考虑的是观念, 而 Pavlov 考虑的是动作方式. Pavlov 观察到的应答, 是促成实现一个能产生成功结果, 或是避免灾害的过程. 唾液对咽下食物和消化都有重要的意义, 而避免痛苦的刺激能使动物不遭到躯体上的损伤. 因此, 在条件反射中一定参与了某种东西, 可以把它叫做情调 (affective tone). 我们不必要把它和我们自己的苦乐感觉联系起来, 也不必要把它抽象地和动物的利益关系联系起来. 重要的问题是, 情调是按某种尺度, 从负值 —“痛苦”— 向正值 —“快乐” 来变化, 情调的增加在相当长时间内或者永远地有利于神经系统当时进行的全部过程, 并使这些过程具有进一步增加情调的二次能力; 情调的减少则倾向于抑制神经系统当时进行的全部过程, 并使这些过程具有进一步减少情调的二次能力.

当然, 从生物学上说, 较大的情调主要应当出现在有利于种族繁荣的场合, 虽然这对个体不一定有利; 而较小的情调主要应当出现在不利于种族繁荣的场合, 虽然这对个体不一定有害. 任何不符合这个要求的种族, 都要走上 Carroll 的 “牛油面包上的苍蝇” 的道路, 最后总要灭亡. 然而, 即使是一个走向灭亡的种族, 只要它还继续存在, 情调机构仍然有效. 换句话说, 即使具有最自杀性的情调配置的种族, 它也有确定的行为方式.

我们要注意, 情调机构本身就是一个反馈机构. 我们甚至可以用图解把它表示如下 (如图 7).

这里, 情调汇集器按照某种规则把各个分散的情调机构在过去短时间内发出的情调结合起来, 我们现在不必要来说明这种规则. 从汇集器返回到各个情调机构的线路, 是用来根据汇集器的输出, 改变各个过程的固有情调, 这种改变一直保持到有新的消息来自汇集器才有新的变化. 从汇集器返回到各过程机构的线路, 在总情

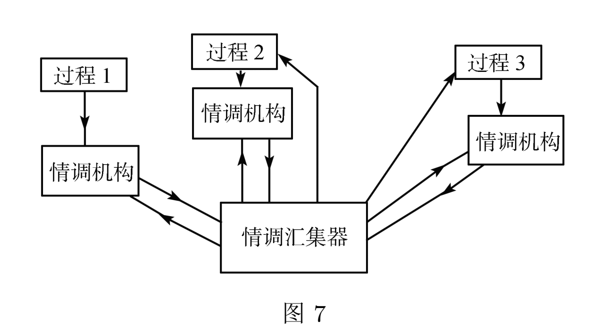


图 7

调增加时, 用来降低阈值; 而在总情调减少时, 则用来提高阈值. 这些线路也是长时间性的, 一直等到另一个来自汇集器的冲动到来, 才有所改变. 然而, 这个延长作用只限于在返回消息到达的时候实际存在的那些过程才具有. 对各个分散的情调机构的效应, 也有类似的限制.

我想强调一下, 我不是说, 条件反射的过程就是按照我所描述的机制进行的; 我不过是说, 它可以这样进行. 但一旦假定了这种机制或其他类似的机制, 我们就能谈到许多有关它的问题了. 其中一个问题是, 这种机制是能够学习的机制, 我们已经了解, 条件反射是学习的机制, 这个观念在行为主义者研究老鼠在迷宫中学习时就已经采用了. 当老鼠在迷宫中时, 全部的关键在于：在我们所用的诱导或惩罚中, 分别具有正的和负的情调. 实际情形肯定是这样的, 因为受试者不是简单地用先验的考虑而是根据经验来学习情调性质的.

研究这样一种机制也是相当有趣的：这种机制能将一定的消息群, 不经过神经系统而送到所有处在接受它们的状态的那些元件上去. 这些消息群可以是从情调汇集器返回来的消息, 在一定程度上, 也可以是从情调机构到汇集器的消息. 汇集器不一定是一个独立的元件, 它可以仅仅代表一种作用, 这种作用能将来自各个情调机构的消息加以自然的结合. 这些 “敬告所有与此事有关者”(to whom it may concern) 式的消息, 完全可以用最低的装置成本, 通过其他非神经性通路, 最有效地发送出去. 例如, 通常一个矿区的通信系统都包括一个电话中心站以及相应的线路和各种装置. 当发生紧急状态要人们都离开矿区时, 我们不是依靠电话中心站来发消息的, 而是靠打破通风入口处的硫醇① 管来使人们获得消息的. 像硫醇或像荷尔蒙这类的化学送信者, 对于不是发给特定接受者的消息说, 是最简单最有效的送信者. 现在让我插进一个看着像纯粹是空想的问题. 荷尔蒙活动所具有的那种易于引起感情和激动的性质是很发人深思的. 这并不意味纯粹神经机构不能是情调的机构和学习的机构, 而是意味我们在研究心理活动这方面时, 不能不看到荷尔蒙传递消息的可能性. 在弗洛伊德的理论中, 把记忆 —— 神经系统的贮存功能 —— 和性活动这两方面概括到一起, 可是如果把上面的看法和这个学说联系起来, 大概就是

① 硫醇 —— 一种氧被硫所替代的醇, 具有恶臭的液体.—— 俄译者注

极端的空想了. 一方面是性, 另一方面是全部的感情内容, 有一个很强的荷尔蒙要素把两者联接起来. 性和荷尔蒙的这个重要性是 Lettvin 博士和 Selfridge 先生向我提到的. 虽然现在还没有适当证据来证明这个说法的正确性, 但原则上显然不是荒谬的.

在计算机的性能中, 并没有什么阻碍它显示条件反射的东西. 我们要记住, 一个在动作中的计算机, 不仅是设计者设计在其中的替续器和贮存机构的连结. 它还包含计算机贮存机构所储存的内容; 这个内容在机器一次运转的过程中是不能完全清除掉的. 我们前面提到, 与其说计算机的整个机械结构和个体生命相当, 不如说它的一次运转和个体生命相当. 我们也提到, 在神经计算机中, 信息所以能长期贮存起来, 很可能是由于突触透过率的改变; 我们完全能够建造一个用这种方法储存信息的人工机器. 例如, 我们能够使任何消息进入储存系统时, 以一种经久性的或半经久性的方式, 改变一个或若干个真空管的栅偏压, 这样就改变了引起真空管接通所必需的脉冲总数.

更详细地考虑计算机和控制机构中的学习装置及其用途, 不宜由这本入门性质的书来做, 最好把这个工作交给工程师去做, 在本章以下的部分中, 谈谈现代计算机的几个已经成功的普通用途, 也许更合适些. 计算机的主要用途之一就是解偏微分方程. 当数据涉及到正确地表示两个或两个以上变数的函数时, 即使对线性偏微分方程, 要编制它们也需要记录大量的数据, 因为精确地描述两个变数或多个变数的函数需要很多数据. 对双曲线型方程, 例如波方程, 典型的问题是当给定初始数据时求方程的解, 我们可以从初始数据顺序地得到以后任何给定时刻的结果. 对抛物线型方程, 大多数场合也是如此. 对于自然数据是边界值而不是初始值的椭圆型方程, 求解的自然方法包括一个逐步近似的累进过程. 这个过程需要反复进行许许多多次, 因此, 像现代计算机的那些高速方法是不可缺少的.

在非线性偏微分方程场合, 不像线性微分方程那样有一个合理有效的纯数学理论. 这时, 计算机方法不仅对处理特殊情形下的数字解显得十分重要, 而且, 正如冯　诺依曼指出的, 在为了熟悉大量的特例以便建立一个普遍理论时, 它也是必要的. 在一定程度上, 我们已经借助价格高昂的实验仪器实现了这个要求, 例如借助于风洞. 我们就是通过这个途径了解到冲激波、滑脱面、湍流等等现象的许多极其复杂的性质, 而对于这些现象, 我们还根本没有建立一个适当的数字理论. 究竟还有多少尚未发现的类似现象, 我们不知道. 模拟计算机的准确度比数字计算机的要小得多, 在大多数场合下也慢得多. 因此, 后者在将来是大有指望的.

现在已经清楚, 使用新的计算机要求它特有的纯数学技巧, 这种技巧和运用笔算或容量较小的计算机时所使用的完全不同. 例如, 在使用能计算中等高阶的行列式的计算机时, 或使用能解二十个或三十个联立一次方程的计算机时, 我们要遇到在研究低阶的类似问题时所不会发生的困难. 除非在处理问题时非常小心, 不然, 我

们完全可能丢掉任何有效数字的解. 一般认为, 像快速计算机这样精密的有效工具, 如果掌握在没有足够熟练技巧来充分利用它的人手中, 是不能发挥它的力量的. 快速计算机少不了需要具有高度理解水平和技巧训练的数学家.

在计算机的机械结构或电结构中, 有几个原则应当加以考虑. 一个原则是, 有些比较经常用到的机器, 像加法机或乘法机, 应当装配成只适合某一特定用途的相对标准化的形式; 那些不经常用到的机器则应当在要用到它时, 由一些也能用到其他目的的元件来凑成. 与此密切有关的另一个原则是, 在这些通用的机构中, 各个部件应当根据它的通用性来得到利用, 不应当把它们固定地和其他装置特定地联系起来. 机器中应当有一部像自动电话交换台那样的装置, 能够自动寻找空着的组成部件和各种连接器, 并且在需要它们的时候将它们接通. 这样, 就会大大避免由于机器中大量元件不经常使用而产生的很大浪费, 因为这些元件只能在用到整个机器时才用得上. 我们将看到, 这个原则对我们考虑神经系统的运输问题 (traffic problems) 和过载是很重要的.

最后要指出的一点是, 一个巨大的计算机, 无论是机械装置形式的, 或电装置形式的, 或是大脑本身, 都要浪费掉大量功率, 所有这些功率都被废弃掉了, 并且都逸散为热. 从大脑中流出的血液, 要比进入大脑的血液温度高几分之几度. 没有任何一种计算机的能量消耗接近大脑这样经济的程度了. 在 Eniac 或 Edvac 这类巨大的计算机中, 真空管灯丝消耗的能量是以千瓦计的. 如果没有适当的通风和冷却设备, 计算机就要出现一种和机械上发热病相当的状态, 直到机器的参数由于热度而发生根本的改变, 以致停止运转. 但是, 机器每个操作的能量消耗还是小得几乎可以不计, 甚至不能成为机器运转的有效度量. 机械大脑不能像初期唯物论者所主张的 “如同肝脏分泌胆汁” 那样分泌出思想来, 也不能认为它像肌肉发出动作那样能以能量的形式发出思想来. 信息就是信息, 不是物质也不是能量. 不承认这一点的唯物论, 在今天就不能存在下去.

第六章　完形和普遍观念

上一章讨论的各个问题中有这样一个问题, 即是用 Locke 的观念联想学说来说明神经系统机构的可能性. Locke 认为联想是按照邻接原则 (principle of contiguity)、类似原则和因果原则进行的. 因果原则曾经被 Locke, 尤其是被 Hume 归结为经常伴随着发生的事物, 因而可以归并到第一个原则 —— 邻接原则中. 至于第二个原则 —— 类似原则, 需要作比较详细的讨论.

当我们侧看、斜看或正看一个人面孔的时候, 我们怎样把握他的容貌的同一性呢? 一个圆, 无论是大的或小的、远的或近的, 无论是在垂直于从眼球到圆心这一直线的平面上, 因而看来是个圆, 或是在其他方位上, 因而看来是个椭圆, 我们怎样判定它是一个圆呢? 从天上云朵或 Rorschach 测验[①]的墨污中, 我们又怎样看出了人面、动物或地图呢? 这一切都是关于眼睛方面的例子, 别的感官也有同样的问题, 而且有些问题牵涉到各感官之间的关系. 我们怎样用语言来表现虫鸣鸟叫? 我们又怎样通过触觉来认出一块硬币的圆形呢?

我们暂且把探讨范围限在视觉方面. 当我们比较不同对象的形状时, 眼睛和肌肉的相互作用确是一个重要的因素, 无论这里所讲的肌肉是眼球内部的肌肉, 或是使眼球转动的肌肉, 或是使头部转动的肌肉, 或是使整个躯体转动的肌肉. 的确, 一定形式的视觉–肌肉反馈系统即便在像蠕虫这样低等的动物界中也是重要的. 蠕虫的背光性 (negative phototropism), 即回避光线的倾向, 似乎是由两个感光器官来的冲动的平衡来控制. 这个平衡反馈到躯干上的肌肉, 躯体就避开了光; 当它再和一般向前运动的冲动结合时, 就会把动物带到附近最黑暗的地方. 注意到下面一点是很有趣的：如果我们将一对带有放大器的光电管、一个用来平衡这对光电管的输出的 Wheatstone 电桥和另外一些用来控制两个电动机 (推动双螺旋桨机构用的) 的放大器等部件组合起来, 就可以给一条小船装上一套非常合用的背光控制装置. 要把这个装置缩小到蠕虫可以携带的程度, 当然是困难的或不可能的; 然而, 我们这里只不过是再举一个例子来说明读者们早已熟悉的一个事实：生命体机构的空间尺度比最精巧的人造机构要小得多, 但在另一方面, 由于使用了电子技术, 人造机构在速度上就大大超过了生命体.

让我们撇开各个中间阶段, 立即考虑人的眼–肌反馈问题. 有些反馈纯粹是自动

① Rorschach 测验 —— 瑞士心理学家 Rorschach 所提出的一种心理技术测验. 这种测验, 根据受试者从墨水污点中看出的图画, 来判断他的智力倾向. 例如, 看出野兽的图画就与思想的刻板有关. —— 俄译者注

调节性质的, 例如, 瞳孔在暗处放大和在亮处缩小, 就是要把进入眼睛的光流量限制在一定范围内, 使得明暗的变化不至于太大. 另一些反馈与以下的事情有关, 即人眼把它对于形状和色彩感觉的最敏感部分, 非常经济地局限在相当小的中央凹上; 对于事物运动的知觉的较敏锐的部分则局限在网膜边缘. 当边缘视觉把亮的、明暗对照强烈的或色彩鲜明的, 特别是运动着的对象捕捉到以后, 就有一个反射的反馈把对象带到中央凹. 跟着这个反馈系统出现的是一个有相互连结的副反馈的复杂系统, 它引导两个眼球移动, 使得吸引我们注意的对象落到每个眼睛的视野的相同部分, 同时调节晶状体的焦点尽可能地使对象的轮廓变得明晰. 除了这些动作以外, 头部和躯体也作一些补充动作, 如果单靠眼睛的运动不能把对象带到视野中心来, 或者当其他感官发现了视野以外的对象时, 这些运动能够把它引进视野. 除此以外, 我们习惯于从一定方向来考察各种对象 —— 诸如笔迹、人面、风景等等, 这里也有一种把对象推向特定方向的机构.

所有这些过程可以总结为一点：我们要把任何吸引我们注意的对象放在标准的位置和方向上, 从而使我们所形成的视象能够在尽可能小的范围内变化. 这些并非是我们知觉事物的形态和内容的全部过程, 但是它确实便利了我们为了达到这个目的而后来进行的一些过程. 这些随后的过程是在眼内和视觉皮质上进行的. 我们有大量的证据说明：就这个过程的大多数阶段来说, 每个阶段中用来传递视觉信息的神经元通道的数目都在减少, 同时把视觉信息逐步地变为接近于我们在记忆中使用的和保存的形式.

在视觉信息汇集的过程中, 第一步是网膜和视神经之间的过渡. 应当记住：中央凹的棒细胞与锥体细胞几乎是和神经纤维一一对应的, 但在边缘上, 一条视神经纤维可以和十个乃至更多个的末梢器官相对应. 这一点是容易理解的, 只要我们考虑到这样的事实：边缘纤维的主要功能不在于视觉本身, 而在于为眼睛的定中心、聚焦和导向机构找到对象.

视觉的最惊奇的现象之一就是我们认识轮廓画的能力. 譬如说, 一幅人面的轮廓画和面部本身在色彩或明暗部分上显然没有多少共同点, 但它可以是这个人的最像的画像. 对于这种现象, 最合理的解释是：在视觉过程的某个阶段, 轮廓被强调起来, 而影像的其他部分的重要性则被减少到最低限度. 这些过程的起点是眼睛. 和所有感官一样, 网膜也有适应作用：一个持续的刺激会使网膜接受和传递该刺激的能力减弱下来. 对于那些记录具有不变的色彩和照度的一大块影像的内部状况的感受器来说, 适应作用表现得最为明显, 因为即便是焦点和凝视点有些轻微的波动 (这在视觉中是不可避免的), 也不会改变我们所得到的影像的性质. 但是, 在两个对照区域的边界上, 情况就完全不同了. 在这里, 焦点和凝视点的移动就会产生交替的刺激; 这种交替, 如同我们在余像中看到的情况一样, 不但不使视觉机构因适应作用而反应减弱, 反而提高了它的感受性. 无论这两个邻接区域之间的对照是光

强的对照抑或是色彩的对照, 上述情况都存在. 要解释这些事实, 我们应该看到: 视神经中有四分之三的纤维只在发光体 "闪" 光时才有反应. 因此, 眼睛得到事物的最强印象的部位是在边界上, 而且事实上, 每个视象都具有某种素描的性质.

也许这种作用不全是边缘感觉的作用. 在摄影术中, 我们知道, 一块感光板经过多种处理后可以增加它的明暗对照; 这些非线性的现象肯定没有超出神经系统所能做到的范围. 我们可以把这些现象和我们以前提到的电报上所用的中继器联系起来看. 和电报上所用的中继器相似, 在视觉现象中, 这种中继器使用一个尚未模糊到超出一定程度的印象去引发 (to trigger) 一个具有标准明晰度的新印象. 无论如何, 这种现象减少了一个影像所携带的无用信息的总量. 这也许跟大脑视觉皮质区域各层中传导纤维数目减少的部分有关.

以上我们把视觉印象产生的过程分解为几个实际的或可能的图式化阶段. 我们使我们的影像结聚在注意的焦点的附近, 并把这些影像或多或少地简化为轮廓. 其次, 我们把它们作相互的比较, 或者至少把它们和存贮在我们记忆中的标准印象 —— 例如 "圆" 或 "正方形"—— 作比较. 比较的方法可以有多种. 我们前面已经做过一个概略的说明, 指出 Locke 关于联想的邻接原则如何可能用机械来实现. 我们应该看到邻接原则在很大程度上包括了 Locke 的类似原则. 我们常常通过下述过程看到同一对象的不同方面: 把对象带到注意的焦点和进行一些其他的动作, 使我们能在这个或那个距离, 这个或那个角度看到对象. 这是一个普遍的原理, 不限定在特殊的情况才能使用, 而且在比较我们的更为复杂的经验的时候无疑是很重要的. 但是, 就我们基于视觉得到的普遍观念或者如 Locke 所讲的 "复合观念" 的形成看来, 上述过程未必是唯一的. 我们视觉皮质的构造是高度组织化的、特殊化的, 如果认为它的操作是由一个非常一般化的机构来进行, 那是不对的. 它给我们这样的印象: 在我们面前的是一个特殊机构, 这个机构并不简单是由一些可以通用的元件和一些可以互换的部件临时配合起来的, 相反, 它是一个如同计算机的加法装置和乘法装置那样固定的部分装置. 在这样情况下, 研究一下这个部分装置可能是怎样工作的和我们应该怎样把它设计出来都是值得的.

一个对象的所有透视变换构成了我们在第二章已经定义了的所谓 "群". 这个群又定义几个变换子群: 只由那些不涉及无穷远区域的变换所构成的仿射群; 围绕一给定点的均匀膨胀变换, 亦即这个点和坐标轴方向以及所有方向上的标度均匀性都保持不变; 长度保持不变的变换群; 围绕一个点旋转的二维和三维的旋转群; 所有的平移群等等. 以上所讲的子群都是连续群, 也就是说, 它们的运算决定于在某种相应空间中连续变化的参数值. 因此, 它们在 n 维空间中形成多维构形, 同时, 含有在这个空间中构成区域的所有变换子集.

普通二维平面中的一块区域, 被电视工程师所讲的扫描过程扫过时, 这整块区域是由在该区域中近于均匀分布的一组表样点 (sample positions) 来代表. 同样, 群

空间的每个区域连同整个群空间也可以用一个群扫描过程来表示. 在这个不限定在三维空间内使用的扫描过程中, 空间内网状分布的一组点被一个一元序列所扫遍, 而且这些网点应当这样来分布, 使得在适当定义了的某种意义上说, 它们能接近区域中每一个点. 因此, 这个网所包含的点可以根据需要接近于任何一组被挑选出来的点. 如果这些 “点” 或参数集实际用来生成相应的变换, 那么, 用这些变换来变换一个给定图形的结果, 可以任意接近于对这图形的任何给定的由一存在于指定区域的变换运算子来实现的变换. 如果我们的扫描十分精细, 如果被变换的区域具有被研究的群所变换的区域的最大空间尺度, 那么, 经过扫描变换所得到的区域, 与对原来的区域作任一变换所得的区域, 其重迭的程度可以根据我们的需要达到其面积的任意大的一部分.

因此, 我们可以从一个标准的比较区域和一个用来和它比较的区域出发. 在变换群扫描的任何阶段上, 如果被比较的区域在某个扫描变换下形成的象, 比给定的允许限度还要完满地迭合在标准形象上, 那么就把它记载下来, 并且说这两个区域是相似的. 如果在扫描过程的任何阶段上都不发生迭合, 我们就说这两个区域是不相似的. 这个过程完全可以机械化起来, 作为识别图形形状的一种方法, 而与图形的大小、方向以及与包含在被扫描的群区域中的是何种变换无关.

如果这个区域不是群的全部, 那就可能这样：区域 A 看来和区域 B 相似, 区域 B 看来和区域 C 相似, 但区域 A 看来和区域 C 不相似. 这种情况实际会发生的. 至少, 就直接印象 (一种不包含任何高级过程的印象) 说来, 一个图形可以和它的倒图形没有任何特别相似之处. 但是, 在这个图形倒转的每个阶段上, 可以有一个相当范围的邻接位置和它相似. 按照这样方式形成的一些普遍 “观念” 并不是绝对区别开的, 而是彼此有交叉的.

使用群扫描从群变换中抽象出普遍观念还可以有其他一些较为复杂的方法. 我们这里考虑的群都是有 “群测度” 的, 即由变换群自身决定的概率密度, 而群中所有的变换被该群中的任一特定变换左乘或右乘而发生变化时, 它仍然不变. 我们可以用这样的方式扫描一个群：令一个相当任意性的区域的扫描密度 —— 即扫描变元扫遍该区域的时间总和 —— 和群测度非常近于正比例的关系. 在这种均匀扫描的情况下, 如果有任一个量依存于群变换的元所构成的集合 S, 如果这个集合被群的全部变换所变换, 我们把这个依赖于 S 的量表示为 $Q\{S\}$, 并用 TS 表示集合 S 被群变换 T 变换的结果. 这样, 当我们用 TS 代替 S 时, 则 $Q\{TS\}$ 就是代替 $Q\{S\}$ 的量值. 如果我们对变换群 T 的群测度求这个量的平均或积分, 则得一个量, 可以写成如下的形式：

$$\int Q\{TS\}\mathrm{d}T, \tag{6.1}$$

这里是对群测度求积分的. 量 (6.1) 对于在变换群作用下的所有可以相互交换的集

合 S 都是恒等的, 也就是说, 对于所有一定意义下的集合 S, 这个量都有同一的形态或完形. 如果 (6.1) 中的积分不是对整个群来积分的, 如果被积函数 $Q\{TS\}$ 在被略去的区域数值很小, 那么, 我们就可以对形态作一近似地比较. 关于群测度要说的就是这些.

近些年来, 人们十分关心用一种感官来弥补另一种感官的缺陷的问题. 在各种弥补缺陷的尝试中, 最引人注目的就是使用光电管的盲人读字器的设计. 我们假定这方面的尝试只限于印刷物, 甚至只限于一种或几种字型. 我们还假定把页面放平正、对准字行以及从这一行到下一行的移动等是用人手或自动地进行, 后一种是可以实现的. 我们可以看到：这些过程与我们依靠肌肉反馈, 并使用正常的对准、定向、调准焦点以及使两眼一致的装置而得到视觉完形的过程相当. 进一步的问题是要在扫描装置顺序地扫过各个字母的时候测定它们的形状. 有人主张按垂直方向依次安排几个光电管, 这些光电管各自与不同音调的发音装置相连结. 这可以对字母黑色部分用不发音或发音来记录. 假定我们采取这个办法, 并假设三个光电管接收器一个接一个地迭起来. 令这些接收器像一个弦的三个音调一样来描述字母, 字母上部为高音, 下部为低音. 于是, 大写字母 F 可以记作：

——————　高音持续的时间;
—————　中音持续的时间;
————　低音持续的时间.

大写字母 Z 记作：

——————
————
——————

大写字母 O 记作：

————
————　————
————

等等. 加上我们理解能力的帮助, 这种听觉符号不是太难读的, 譬如说, 不会比盲人用的凸字更难读.

但是, 这一切决定于一个条件：光电管群和字母上下的高度要有适当的关系. 我们知道, 即使是标准字型, 它们的大小还是很不相同的. 因此, 扫描在垂直方向的标度应当可大可小, 以便把字母的印象变为标准印象. 至少, 我们应有一些通过人工或自动的方法来实现的属于垂直方向的膨胀变换群的变换装置.

有几个办法可以达到这个目的. 我们可以使光电管作垂直方向的机械调节. 另一个方法是把大批的光电管垂直排列并随字型大小改变音调的分布, 使得位于字型

上面和下面的那些光电管都不发音. 这可以如图 8 所示的办法来实现, 我们可以用两组接线来构成线路, 在这个线路中, 从光电管出来的输入线连到一串愈来愈散开的电开关上, 各垂直线则是输出线.

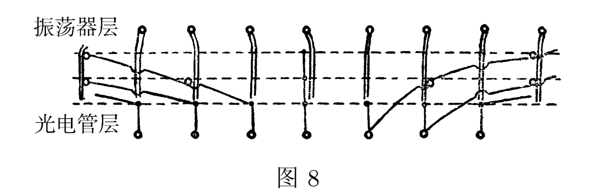


图 8

图中单线表示从光电管出来的导线, 双线表示接到音频振荡器上去的导线, 虚线上圆圈表示传入和传出导线之间的连接点, 虚线本身表示用来开动某一组音频振荡器的导线. 这就是我们曾经在导言中提到的 McCulloch 设计的用作调节字型高度的装置. 在最初设计时, 虚线之间的选择是靠人手来进行的.

Von Bonin 博士看到这个图形后, 说它相当于视觉皮质的第四层. 连接的圆圈相当于这一层的神经细胞体, 这些神经细胞体是分布在各子层中, 其分布的水平密度作均匀的改变, 而子层的大小则随密度的增加而缩小. 水平方向的导线能够按照某种循环的次序被激发 (fired). 全部装置看来完全适合于群扫描的过程. 当然, 还必须有一个随时将上部的输出加以重新结合的过程.

这就是 McCulloch 建议的实际用来探究大脑中视觉完形的仪器. 它是一部可以用作各种群扫描的典型仪器. 其他感觉的情形也和视觉相似. 在人耳中, 从一个主调到另一个主调的音乐转调无非就是频率对数的转移, 因而也可以用群扫描的装置来进行.

因此, 群扫描机构有它确定的、对应的解剖学上的结构. 所需的开关动作, 可以借助于一些专门的水平导线来实现, 这些导线提供足够的刺激来改变各层的阈值, 使得当某一导线与该层接通时, 可以通过阈值的改变, 来调节引起该层细胞达到兴奋状态所合适的刺激量. 虽然我们不知道这个机器运转的全部详细情况, 但是不难猜想出一个与解剖学结构相一致的一种机制. 总而言之, 群扫描机构完全可以成为大脑的一种固定部件, 它相当于数字计算机中的加法器和乘法器.

最后, 扫描装置应该具有一定的固有的操作周期, 这个周期应该与大脑的整个动作相一致. 这个周期的大小程度应当是直接比较大小不同的对象的形状时所需的最短时间. 只有当两个对象大小相差不太悬殊的时候, 这种情形才有实现的可能, 否则, 扫描过程就是一个长时间过程, 需要由一个非专门机构来完成. 如果能够直接比较对象, 则需要的时间为十分之一秒数量级. 这和在循环序列中刺激所有横向连接线层所需要的刺激时间在数量级上似乎也是一致的.

虽然这个循环过程是一个可以局部决定的过程, 但我们有证据证明皮质各部分

有普遍的同步性, 可以设想这是由某个计时中心驱动的结果. 事实上, 脑动电流记录图 (electroencephalogram) 表明：它的频率和大脑 α 节律 (rhythm) 固有的频率的数量级相同. 我们可以猜想 α 节律和形状知觉有关, 它具有扫描节律的性质, 就像电视机扫描过程所显示的周期性一样. 这种现象在熟睡的时候消失了; 当我们注视某一物体的时候, 的确如我们所猜想的, 它似乎被其他节律混扰和叠盖了; 扫描节律成了其他节律和其他活动的负载者. 值得注意的是：当我们在清醒的时候闭着两眼, 或者像在瑜伽 (Yogi) 的抽象环境中那样凝视着一无所有的太空①, 这时候的 α 节律具有一种近似完全的周期性.

如上所述, 我们看到感官补缺的问题把原来由某一损坏的感官所传递的信息由一健康的感官代替传递的问题 —— 是一个重要的而且不一定不可解决的问题. 使得这个问题更有希望得到解决的事实是：由一种感觉所正常激发的记忆区域和联想区域并不是像一把钥匙开一把锁那样只属于这种感觉, 而是可以用来存贮这种感觉以外的其他感觉所提供的印象. 一个盲人, 如果不是天生的, 他不但可以保留瞎眼以前的视觉记忆, 而且能够以视觉形式存贮触觉和听觉的印象. 当他在室内走动时, 他不但能摸索出自己的道路, 而且对房子还有一个看起来应当如何的视象.

因此, 盲人可以得到部分正常的视觉机构. 另一方面, 他损失的不仅是两只眼睛：他还损失了运用视觉皮质部分 (它被认为是构成视觉印象的固定机构) 的能力. 因此, 要弥补他的缺陷, 不仅要用人造的视觉接受器, 而且要用人造的视觉皮质, 以便把这个新接受器上的光印象翻译为与他的视觉皮质的正常输出相关连的形式, 使得通常看来是相似的对象现在变为听来是相似的对象.

因此, 判定用听觉代替视觉是否可能至少部分地是与皮质各层上可以加以区别的视觉模型和听觉模型的数量之间的比较有关. 这是信息量的比较. 鉴于感觉皮质的不同部分具有组织上的某种类似, 大脑皮质的两个不同区域之间的面积比较作为判定的根据可能不会相差很远的. 视觉与听觉面积之间的比例大约是 100:1. 如果听觉皮质全部用于视觉, 我们可以期望得到的信息接受量大约相当于通过眼睛得到的信息量的百分之一. 另一方面, 我们估计视力的通常标准是对某形象获得某种程度的分辨能力的相对距离, 因此, 百分之一的视力就是正常情形下百分之一的信息量. 这是非常低的视力, 但是, 肯定还没有全瞎, 具有这样程度的视力的人也不自认为是瞎子.

从另一个角度看, 这个图景甚至是更有利的. 仅仅用百分之一的视力就可以代替听觉去识别全部听觉的细微差异, 还留下大约百分之九十五的视力, 可以说视觉基本上还是完整的. 因此, 感官补缺问题是一个非常有希望的研究领域.

① W Grey Walter 博士自英国布列斯特的私人通信.

第七章　控制论和精神病理学

在开始写这一章时, 我必须先交代一下. 一方面我既不是一个精神病理学家, 也不是一个精神病治疗家, 我缺少关于这个领域的任何经验, 而在这个领域里, 经验的指导是唯一可靠的指导. 另一方面, 我们关于大脑和神经系统的正常动作的知识, 还远远没达到可以信赖一个先验理论那样完善的地步, 更不要说关于它们反常动作的知识了. 因此我想事先放弃那种主张, 即认为任何具体的精神病理学的现象, 例如 Kraepelin 及其学派所记载的那些症状, 是由于像计算机一般的大脑组织的特殊故障产生的. 谁要是根据本书的一些观点得出这个特定结论, 那就由他自己负责.

然而, 如果认识到大脑和计算机有许多相同之处, 这就可以给精神病理学, 甚至精神病治疗学提供一个新的有效的研究方法. 这方面的研究也许可以从所有问题中最简单的一个问题开始：大脑是怎样避免由于个别部件失灵而引起动作上的重大错误和重大失败的? 对于计算机, 类似的问题具有重大的实践意义, 因为计算机的运算过程可以延续进行几小时或几天, 而每个运算操作的时间却不到百万分之一秒. 很可能, 一次计算操作的过程包含 10^9 个运算操作步骤. 在这种情况下, 即使弄错一次运算也绝不是可以忽视的. 虽然, 现代电子学仪器的可靠性事实上已经大大超过最大胆的估计.

在通常用笔算或用台式计算机来进行的计算工作中, 照例要把每一道计算步骤都检验一下. 在找到了错误的时候, 就从发现错误的地方开始一步步往回推算, 去寻找错误的所在, 如果要一部高速计算机来做检验工作, 检验工作就要进行得同机器的计算速度一般快, 否则, 机器的整个有效速度将降低到较慢的检验过程的速度. 此外, 如果机器要把计算的全部中间结果的记录都保存起来, 那么它的复杂程度和体积都将增加到不可容忍的地步, 很可能比原来的大两倍或三倍.

一种更好得多的检验方法, 也是实际上常用的一种方法, 就是每一道运算同时交给两套或三套分别的机构去做. 在用两套机构的时候, 它们能够自动地相互校对答案：如果发生差异, 所有的数据就都移存到永久性记忆装置里去, 计算机停止动作, 并且给操作者发出产生了差错的信号. 然后操作者比较两者的结果, 根据结果寻找那个出了毛病的部件, 也许是一个真空管烧坏了, 需要更换. 如果每一阶段都用三套分别的机构, 由于实际上出一次毛病的机会是很稀见的, 三套机构中总有两套的答数一致, 这个一致的答数就是所求的结果. 在这情况下, 校验机构接收多数答案, 机器不需要停止, 只给出一个表示少数答案和多数答案在哪里发生差异和怎样发生差异的信号. 如果在发生差异的最初瞬间就发出信号, 那么差错地点可以十

分准确地被指示出来. 在一架设计良好的计算机里, 一个元件并不是只固定担负一连串运算中的某一特定步骤的工作, 而是在每一步骤中都有一个很像自动电话交换机中使用的搜索过程, 它会寻找出某一种立即可以使用的元件, 把它接进运算序列中去. 这样, 拆卸和换掉损坏了的元件就不会耽误大量时间.

我们可以设想而且相信, 神经系统中至少也存在两套进行这个过程的元件. 我们不能设想任何重要的消息可以交给单个神经元去传递, 或是把任何重要操作交给单一的神经机构. 像计算机一样, 大脑可能也是按照类似卡诺尔在 "猎取蛇鲨" 的故事里所说的那个原则进行工作的, 这个原则就是: "我告诉你三次的就是真实的". 如果认为传递信息的各个通路就是一般地把信息从一端传到另一端, 中间没有任何吻合, 那也是不确实的. 更可能的是, 当消息到达了神经系统的某一级时, 它可以通过所谓 "神经元丛"(internuncial pool) 中的多个不同途径由这一级中的一点到下一点去. 诚然, 神经系统中也有那样一些部分, 这种可更替性受到很大限制或根本没有, 它们大都是大脑皮质中高度专业化的、作为外感觉器官的内延伸的部分. 但是, 对于大脑皮质区域中担负着联想作用和所谓高级精神机能的那些比较不专业化的部分, 上述原则仍然成立, 而且可能更显得突出.

直到这里, 我们考虑的是正常活动中的差错, 这只是广义上的病态动作. 现在我们来谈一谈更明显的病态动作. 精神病理学多少使抱着本能的唯物主义观点的医生感到失望, 他们总认为每种症状必然伴随着某个特定组织中物质方面的损伤. 不错, 有些大脑的特殊损伤, 例如外伤、肿瘤、血栓等等, 可以引起精神症候; 也有些特定的精神病, 例如不全麻痹, 是一般躯体性疾病的后遗症, 并伴随脑组织的病变. 但是对于严格的 Kraepelin 型精神分裂症患者, 或者躁郁狂精神病患者, 或是妄想狂病患者, 我们却无法从患者的大脑病变来分辨它们. 我们把这些疾病叫做机能性疾病. 这种区分方法似乎违反了现代唯物主义的教条, 现代唯物主义认为, 任何一种机能失调必定在有关组织上存在某种生理学的或解剖学的根据.

机能性疾病和器质性疾病的这种区别, 可以从计算机的研究中得到很多启示. 我们已经看到, 和大脑 —— 至少和成人的大脑 —— 相当的, 不是计算机的空洞的物质构造, 而是这一构造同运算过程开始时所给的指令以及同运算过程中贮藏起来的和从外界得到的附加信息的结合. 这种信息是以某种物理形式 —— 记忆的形式 —— 贮藏起来的, 但其中一部分属于循环记忆的形式, 具有随着机器的停闭或脑子死去而消失的物理基础; 而另一部分则是长期的记忆, 它的贮藏方式我们现在只能加以猜测, 但可能它也具有随着死亡而消失的物理基础. 我们现在还没有办法在尸体上认出一个给定突触在生前具有多大的阈值. 即使我们知道了这一点, 我们也无法追寻出同这个突触相接通的神经元和突触所形成的链, 以及作为记录思想内容的这条链的意义.

因此, 把机能性精神失常基本上看作记忆的疾病, 看作大脑在活动中所保持的

循环信息的异常, 看作突触的长时间透过率 (long-time permeability) 的异常, 也没有什么奇怪. 甚至在不全麻痹这种极其严重的疾病中, 大部分症候也不是由于有关组织的破坏和突触阈值的变化产生的, 而是由于最初的伤害所必然引起的消息传导的次级混乱、剩下的神经系统和其他消息传递通路的过度负荷所产生的.

在一个包含大量神经元的系统中, 循环过程是难以长期保持稳定的. 或者就像"仿佛现在" 这种记忆过程, 循环过程在进行中或者逐渐被削弱, 终于消失; 或者它们要牵动愈来愈多的神经元, 直到占用了神经元丛中过大的一部分. 后一情形大概就是焦虑性精神病中见到的恶性忧虑的原因. 在这情形下, 病人的脑子里可能没有空余的地方, 即没有足够数目的神经元去进行正常的思索. 在这种状况下, 也许大脑中未病的神经元的负担会少一些, 因此它们更容易被逐渐扩大的过程牵扯进去. 而且, 经久性记忆也愈来愈深地受到影响, 起先病理过程还在循环性记忆这一级上, 后来就可能在经久性记忆这一级上一再顽固地出现. 这样, 当初只是比较轻微而偶然地破坏了的稳定状态, 逐渐就可能完全破坏正常的精神生活.

在机械或电气计算机中, 也并不是找不到类似性质的病理过程. 齿轮上某个轮齿可以和同它吻合的轮齿错开, 以致再不能同它恢复正常关系; 一个高速电子计算机可以发生似乎无法中止的循环过程. 这种意外的起因就是由于这个系统中出现了某种非常不容易发生的瞬间状态, 在修理以后, 它也许永远不再发生或以后极少发生. 但是, 当它们发生的时候, 就会暂时使机器失灵.

在使用计算机时, 遇到这种意外怎么办呢? 我们想要做的第一件事, 就是洗去机器中的所有信息, 希望它在计算别的数据时不再发生故障. 若是这样做无效, 如果发生故障的地点是信息清洗机构永远或暂时不能达到的, 我们就要把机器摇晃一下, 或者如果是电气机器, 就将异常大的冲击电压送入机器, 希望能达到原先不能到达的部分, 以便改变它的状态, 使它的错误循环活动中止. 如果这也失败了, 我们可以切断机器上发生故障的部分, 因为剩下来的部分可能还是足够应用的.

但是, 除了死以外, 没有一个正常的过程可以完全清洗大脑中所有过去的印象; 而在死亡以后, 就不可能再把脑开动起来. 在所有正常过程中, 睡眠最像是非病理的清洗了. 我们知道, 要摆脱一种恼人的焦虑或是思想混乱, 睡眠一下是最好的方法. 这种情况是多么常见呵! 然而, 睡眠并不能洗掉较深的记忆, 真的, 相当恶性的焦虑状态不是用适当睡眠所能驱除的. 因此我们常常被迫采用一种剧烈得多的干扰记忆循环的方式. 这些方式中更剧烈的是施行大脑外科手术, 而手术后将遗留下永久性的伤害和毁损, 并且将永远削弱受害者的能力. 因为哺乳动物的中枢神经系统似乎没有任何再生的力量. 这方面已经采用的一种主要外科手术是前额叶切除术, 这种手术是把前额叶大脑皮质的一部分切除或孤立起来. 施行这种手术目前已经很流行, 这也许是因为这一方法会使许多病人比较容易看护吧. 让我顺便说一句, 杀了他们就更容易看护! 然而, 前额叶切除术对于恶性忧虑似乎有真正的效果,

并不是由于它能帮助病人更接近解决他的问题, 而是由于伤害或是破坏他保持忧虑的能力 (在另一种时行的术语中, 把这种保持忧虑的能力叫做良心). 更一般地说, 这一方法从各方面限制了循环性记忆 —— 即把当前已不存在的情况保持在记忆中的那种能力.

各种形式的休克疗法 —— 用电、胰岛素、五甲烯四氮唑, 都是一些比较不激烈的治疗方法, 也起着极相似的作用. 它们不破坏大脑组织, 或至少不以破坏大脑组织为目的, 但是它们肯定能破坏记忆力. 因为这些方法只涉及循环性记忆, 而且因为在精神失常发病初期主要是循环性记忆受到损伤, 而循环性记忆值得保存的价值又不大, 所以休克疗法与脑叶切除术相比肯定是值得推荐的. 但是它对经久性记忆和个性不是绝对不起有害的作用. 按目前的情况来看, 它是制止精神上的恶性循环的另一个剧烈的、没有完全了解的、不能完全控制的方法. 但是, 这点却没有妨碍它在许多病例中仍然作为目前可以采用的最好的方法.

前额叶切除术和休克疗法用来治疗病情比较深的经久性记忆方面的疾病, 虽然也可能有些功效, 但按其本质说, 更适合于治疗带恶癖性质的循坏性记忆疾患和恶性焦虑. 我们已经说过, 当精神失常迁延很久时, 经久性记忆也像循环性记忆一样受到严重扰乱. 我们似乎没有任何纯粹药物学的或外科的武器可以有区别地作用于经久性记忆. 这正是应该由精神分析和其他精神疗法来插手的地方. 无论这种精神分析是正统的弗洛伊德意义上的或是经过 Jung 和 Adler 修改过的意义上的, 或者它是不严格属于精神分析的精神疗法, 这种治疗仍然清楚地根据如下的一个概念: 贮藏在心中的信息, 位于不同的级上 (就其可以接触的难易来分的), 它比直接的没有别的专门方法帮助的内省法所能发掘的要更丰富和多样; 它总是被内省法所不能发觉的那种情绪经验强有力地制约着, 内省法之所以不能发觉, 或者是因为这种经验用成人的语言仍然无法表示出来, 或者是因为它被一般是不随意的情绪的特定机构包藏了起来. 这些被贮藏的经验的内容以及它们的情调, 基本上规定了我们以后的心理活动, 有时这种规定可能带有病态的方式. 精神分析家的技巧就是用一系列的方法去发掘和解释这些潜伏的记忆, 使病人实事求是地承认它们, 并且通过这种承认去纠正它们, 纵然不纠正它们的内容, 至少也纠正它们所带的情调, 从而减轻它们的危害程度. 所有这些都完全同本书的观点一致. 这也许还能说明, 为什么在某些情况下要联合使用休克疗法和精神疗法, 即对于神经系统中的反响现象 (phenomena of reverberation) 把物理疗法或药理疗法和治疗长期性记忆的精神疗法结合起来, 因为这种记忆如果不加以干涉, 就可能从内部把休克疗法所破坏的恶性循环重新建立起来.

我们已经提到神经系统的信号传导问题. 许多著者, 例如 Thompson[①] 曾经提

---

① Thompson D'Arcy. *Growth and Form.* New York: The Macmillan Company, 1942.

到过各种形式的有机体的大小都有一个上限, 超过这个界限它就不能活动. 例如, 昆虫机体的大小是由呼吸孔通过直接扩散作用把空气送到呼吸组织中去的呼吸管长度决定的. 陆上动物不能大到它的腿或其他和地面接触的部分被它自身的重量所压坏; 限制一棵树的高度的是把水和矿物从根部输送到叶子, 同时把光合作用的产物从叶子输送到根部的那套机构. 其他的例子还有. 在工程建筑物中, 也可以见到同样的现象. 限制摩天楼的高度的是这样一种情况：当它超过一定高度的时候, 给上面各层准备电梯所需要的面积占据了下层横截面的过大部分. 用具有一定弹性的材料修建的最好的吊桥, 如果支柱之间的距离超过一定程度, 它就会被自身重量所压坍; 用一定材料建造的任何建筑物, 如果超出一定的跨度, 都会被自身重量所压坏. 同样, 根据一个固定的、不能再扩张的计划建成的一个电话局的大小, 也是受到限制的, 电话工程师极透彻地研究了这种限制.

在电话通信网中, 用户觉得无法把电话叫通的那一段极短的时间就是重要的限制因素. 如果叫通的机会是 99%, 就是最苛求的人也一定会满意的; 90% 能叫通, 这大概也算够好了, 因为办起事情来还算相当便利. 75% 的接通机会就够麻烦的了, 但是还可以勉勉强强地办事情; 如果一半电话都叫不通, 用户就会要求拆掉电话. 这是总的数字. 如果电话要通过 n 个分别的接通步骤, 各个步骤的接不通的概率是互不相关而且是相等的, 那么要使总接通概率为 p, 则每个步骤的接通概率必须是 $p^{1/n}$. 因此, 要在经过五个步骤后得到 75% 的接通机会, 每个步骤的接通概率必须大约为 95%. 要得到 90% 的接通率, 每一步骤的接通概率必须是 98%. 要得到 50% 的接通概率, 每一步骤的接通率必须是 87%. 这里可以看出, 当牵涉到的步骤愈多时, 如果通话双方的数目超过某一临界值, 整个通话的情况就愈容易急速地变坏; 相反, 只要通话的数目没有达到这个临界值, 通话的情况就十分良好. 例如, 一座包括许多步骤的并且设计出一定接通率的交换站, 在通话数目到达临界点以前, 没有显著的阻塞情况, 但是一到临界点, 它就完全失灵, 我们也就遭到灾难性的通信阻塞.

比起所有动物来, 人有最发达的神经系统, 人的行为可能是依从于那些有效动作着的神经元链中最长的一种链, 因而人很可能是在过度负荷的边缘上有效地完成着复杂的行为, 一旦越过这个边缘, 他就会完全崩溃. 过度负荷的产生有下列几种形式：或者由于必须传送的信号量过多, 由于传导信号的径路在物理上被减少; 或者由于不需要的信号系统 (例如增加到病理性忧虑程度的循环性记忆) 过多地占用了这些通道. 在所有这些情况下, 都会突然地到达这样一点：没有给正常的信号留出足够的传导通道, 因而就会出现例如像疯狂那样的突然的精神错乱.

这里首先受影响的是那些最长的神经元链的机能和活动. 有证据表明, 这些机能和活动正是那些在我们通常的评价标准中被认为是最高级的过程. 证据如下：大家知道, 在生理限界以内的体温上升能够使大多数 (即使不是全部) 的神经元的活

动更为顺利. 在较高级的 (其次序大致按照我们通常对“高级” 的程度的评价) 过程中, 这种影响也较大. 因为一个神经元是同别的神经元连成一串的, 在单一的神经元–突触系统中, 过程的任何促进作用都应该具有累积的性质. 因此, 某一神经活动过程由于体温上升而得到的总活动能力, 可以粗略地作为有关的神经元链的长度的量度.

我们由此理解到, 人脑所使用的神经元链比其他动物要长一些, 这就说明了为什么人类的精神错乱肯定最为显著, 并且可能也是最常见的. 还有一个更特殊的方法来考虑与此极类似的问题. 让我们考虑两个从几何学意义来说相似的脑子, 它们的灰质和白质的重量的比例相同, 但有不同的尺寸, 其比例是 $A:B$. 假设两个脑子中灰质的细胞体体积和白质的神经纤维截面都是同样大小. 于是, 那两个脑子的细胞数目的比例是 $A^3:B^3$, 长距离连结器数目的比例是 $A^2:B^2$. 这就是说, 当它们的细胞中动作密度 (density of activity) 相同时, 大的脑子神经纤维中的动作密度比小的脑子的神经纤维中的动作密度要大, 其比例是 $A:B$.

如果我们拿人脑同低等哺乳动物的脑去比较, 我们就发现人脑的折叠较多. 两者灰质的相对厚度差不多相等, 但人脑的灰质一直分布到复杂的脑回和脑沟里. 这种分布使灰质的数量增多而使白质的数量减少. 在一个脑回中, 白质的减少主要是纤维长度的缩短, 而不是纤维数目的减少, 因为一个脑回的对折比它们假如在一块面积大小相同没有折叠的平滑表面上相互间要靠近得多. 另一方面, 各个脑回之间的联接线所必须经过的距离则由于脑的折叠而多少有所增加. 因此, 人类脑子的近距离联接线颇为有效, 而远距离干线则并不完善. 这就是说, 在发生信号阻塞时, 最先受到影响的是联系相互远隔的大脑各个部分的那些过程, 也就是说, 在精神错乱时, 那些牵涉到几个中枢, 牵涉到一系列运动过程, 牵涉到许多联合区域的过程是最不稳定的. 这些过程正是我们通常叫做较高级的过程, 因此, 我们那些似乎有经验支持的猜测得到了再一次的证实：在精神错乱时, 较高级的过程最先恶化.

还有一些迹象说明, 脑中的长距离径路一般有穿出大脑外侧并横切低位中枢的趋势. 这是可以用割断那些担任远距离联结的大脑白质的一部分弯曲而只发生极轻微损害这一事实来证明的. 看起来, 这些表面的联结是如此的不妥善, 它们之中只有一小部分才是实际需要的.

关于这点, 考虑一下惯用左手或右手以及半球优势的现象是很有趣的. 在下等哺乳动物中, 似乎也有习惯用右侧肢体或左侧肢体的现象, 虽然比起人来, 这些现象很不显著, 这部分地也许是因为动物动作中要求的组织性和灵巧性较低. 但是, 即使在较低级的灵长类中, 右侧和左侧肌肉熟练程度的差异程度比起人类来, 也要来得小.

大家知道, 一个正常的人惯用右手一般是由于他惯用左脑; 而少数人的惯用左手则是由于他惯用右脑. 这就是说, 大脑功能不是平均地分布在两个脑半球上的, 其

中一个脑半球是优势脑半球, 它执行着绝大部分的比较高级的功能. 不错, 许多本质上是两侧性的功能 —— 例如关于视野的 —— 在其所属的各个半球中都出现, 虽然并非所有两侧性功能都是如此. 但是, 大部分 "较高级" 的皮质区域都限制在优势半球上. 例如, 在成年人身上, 因为劣势半球上广泛损伤而发生的影响比起优势半球上类似损伤所引起的影响要小得多. Pasteur 在少年时期患过右侧脑溢血, 使他得了中度的一侧麻痹, 即半身不遂. 在他死后剖验他的脑子时, 才发现他的右脑损害是如此广泛, 以致有人说, 在他患了脑溢血后, "他只有半个脑子". 在他的颅顶和颞颥区肯定有广泛的损伤. 然而他在受到这种伤害以后, 仍然完成了几件最好的研究工作. 在一个惯用右手的成年人身上, 左脑的同样损伤几乎一定会致命, 而且一定会使病人智力上和神经上都成为残废, 使他变得像动物一般.

据说, 这种情况如果发生在初生时期就要好得多. 在出生后头六个月中, 优势半球受到广泛的损伤会迫使正常的劣势半球去代替它. 因此, 比起那些在较大年龄时受到脑部损伤的病人来, 这种病人看来更接近于正常. 这是同出生后头几周中神经系统所表现的巨大可变性和以后发展的巨大固定性相符合的. 在幼童身上, 即使没有这种严重的损伤, 一侧惯用性可能也是富于可变性的. 然而, 在儿童入学以前很久, 这种天然的一侧惯用性和大脑某半球占优势的情况已经被终生确定了. 常常有人认为, 惯用左手在社会上会遇到重大的不便. 这话有些道理, 因为大多数工具、课堂桌子、运动设备主要都是为惯用右手的人做的. 而且, 在过去, 有人由于迷信而厌恶使用左手的习惯, 正如他们厌恶那些稍稍背离一般人的常态的东西, 例如胎记和红发. 由于各式各样的动机, 许多人想通过教育去变更自己孩子的惯用左手的外表习惯, 而且甚至得到成功, 虽然他们不能变更某一大脑半球占优势的生理基础. 以后他们才发现这些优势半球变更的孩子很多都患口吃, 并且在言语、阅读、书写方面都发生障碍, 甚至严重地影响他们的前途并丧失正常生活的希望.

现在我们至少看到这个现象的一个可能的解释. 在训练劣势的手的时候, 劣势半球上像支配写字这类灵巧动作的区域也受到一些训练. 然而, 因为这些动作的实现是同阅读、讲话和其他动作具有最密切的联系的, 而这些动作却都同优势半球不可分割地连结在一起, 因此, 在这一过程中, 神经元链必须从一个半球穿到另一个半球, 然后又回来. 而在一个稍微复杂的过程中, 它们就必须一次一次地来回穿行着. 但是, 像人脑那样大的脑子中, 脑半球之间的直接连结器 —— 大脑连合 (cerebral commissures)—— 的数目是如此之少, 以至它们很少起作用. 因而大脑半球之间的连络必须绕着远路而通过脑干, 我们对于脑干还了解得很不完全, 但它肯定是长的, 不粗的, 可以被阻塞的. 其结果, 同言语和书写有关的那些过程极易发生信号阻塞现象, 而口吃的发生也就最自然不过的了.

这就是说, 就有效地利用那些从解剖学上看似乎存在的各种机能这一点来说, 人的脑子可能已经太大了. 在猫身上, 优势半球的破坏比起人身上优势半球的破坏

来似乎产生的害处较少, 而劣势半球的破坏也许对它的害处更大. 无论如何, 猫的两个脑半球上的机能分配大体上是相同的. 在人身上, 由于脑的尺寸和复杂性增加而得到一些益处, 部分地被大脑中在同一个时候只有很小一部分能被使用这一限制所抵消. 这样来思索一下是很有趣的：我们可能面临着自然界的限制之一, 我们的器官从高度专门化到效能衰退, 最后到物种消灭. 人类的脑子可能是沿着这条毁灭性的专门化道路前进, 正像最后的恐龙的巨大鼻角一样.

第八章 信息、语言和社会

一个组织中的各个要素本身也是小的组织. 这样一个关于组织的概念既不是生疏的, 也不是新颖的. 古希腊关系松弛的联邦、神圣罗马帝国及其同时代的类似组成的封建国家、瑞士联邦、尼得兰联邦、美利坚合众国以及中南美的许多合众国、苏维埃社会主义共和国联盟, 这些都是政治领域内类似教阶 (hierarchies) 关系的组织系统的例子. Leviathan 即是由非完美无缺的人组成的“世人的国家”, 它说明同样一种思想, 只是组织程度上较低一些; 而莱布尼茨的思想, 认为生命机体其实是充满了其他生命机体 (例如血球) 的综合体, 也是在同一方向上更前进了一步. 这种思想实际上不过是细胞说的哲学先驱. 细胞说认为大多数普通大小的动植物, 以及所有的大动物、大植物都是由许多单位, 即细胞构成的, 这些细胞都具有独立的生命机体的许多属性, 即使不是所有的属性. 多细胞机体本身可以成为建造较高级机体的砖块, 例如僧帽水母就是由特殊分化了的水螅组成的一个复合体, 其中有些个体已经为了要担任营养摄取、个体保持、运动、排泄、生殖和支撑整个群体等任务而发生各种变化.

严格地说, 这种生理上相连结的群体所提出的组织问题, 从哲学上看并不比低级阶段的个体所提出的组织问题更为深刻. 在人和其他社会动物身上 —— 例如一群狒狒或一群牛, 群栖的海狸、蜂群、一窝黄蜂或一窝蚂蚁 —— 情况就大不相同了. 团体生活所表现的整体化程度接近于单一个体的行动所表现的水平; 但个体大概有固定的神经系统, 神经系统的各元件之间都有永久性位置关系和永久性联系; 而团体却是由许多时空关系可以不断变动, 没有永久的、不可破的肉体联结的个体所组成的. 一窝蜂的全部神经组织就是一只一只蜜蜂的神经组织: 蜂群是怎样一致行动的呢? 而且这种一致行动又怎么能富于变化、富于适应性和组织性呢? 显然, 秘密在于蜂群的成员之间有相互的通信.

这种相互通信的复杂性和内容可以大有不同. 人的相互通信包括全部复杂的语言和文献以及许多其他东西. 但对蚂蚁说, 相互通信大概只是少数几种嗅觉. 如果说一个蚂蚁能够把一只只的蚂蚁都分辨清楚, 这大概是不可能的. 蚂蚁肯定能够分辨自己窝里的蚂蚁和别的窝里的蚂蚁, 它可以同这只蚂蚁合作, 把那只蚂蚁杀死. 除了这类少数的外部反应以外, 蚂蚁的智慧几乎同它被角质包裹起来的身子一样, 是定型的、僵化的. 这就是为什么我们事先可以料到, 一个动物它的生长期乃至学习期同它成长后的活动期会截然分开的原因. 这类动物的唯一通信方法就像体内的荷尔蒙通信系统一样, 是一般性和扩散性的. 的确, 作为一种化学感觉的嗅觉一般

都没有方向性, 它同体内的荷尔蒙作用没有什么两样.

这里我要插上几句话. 哺乳动物中的麝香、麝猫香、海狸香等具有性吸引力的物质可以认为是社会性的、外部通信用的一种外部荷尔蒙, 特别对于孤独生活的动物, 这些物质能够在适当时期把异性吸引在一起, 因而是繁殖种族所不可缺少的东西. 我并不是说这些物质一旦到达嗅觉器官以后, 起的是荷尔蒙作用而不是神经性作用. 如果说它们少到仅仅能够觉察的分量还会起纯粹的荷尔蒙作用, 这是难以理解的. 但是从另一方面说, 我们对荷尔蒙作用知道得太少了, 因此, 不能否认极少量的这些物质也有发挥荷尔蒙作用的可能性. 而且, 麝香素和麝猫香素中由碳原子构成的长而屈曲的环无需大大改粗就能构成性荷尔蒙的连锁环, 以及某些维他命和某些癌元所特有的连锁环. 我不想在这点上发表意见, 让大家来作这个有趣的猜测吧!

蚂蚁闻到各种气味后所采取的行动, 看来是极度标准化的; 而一个单纯刺激 (例如传递信息的气味) 的价值不但取决于刺激本身所传递的信息, 还取决于刺激的发送者和接受者的整个神经机构. 假如我在森林中遇见一个聪明的野蛮人, 他不会说我的言语, 而我也不会说他的言语. 即使我们中间没有共同的、事先约定的语言符号, 我仍然能够从他那里知道许多东西. 我只要留心他显出激动或高兴的表情的那些时刻. 然后我向四面八方观察, 最好特别注意他的目光所投射的方向, 把我看到的或听到的东西牢牢记住. 不久我就会找出他所关心的东西; 这不是由于他用语言把那些东西告诉了我, 而是因为我自己观察到那些东西. 换句话说, 一个没有固有内容的信号, 由于他在那个时候注意到它而在他心中产生意义, 也可以因为我在那个时候也注意到那个信号而在我心中产生意义. 他能发现我对某些事物特别注意的那个瞬间, 这种发现能力本身就是语言, 它就像我们两人能够得到的印象范围那样具有多种多样的可能性. 因此, 社会动物在产生语言以前, 也许早就有一种活泼的、能懂的、富于变化的通信方式.

不管一个种族用什么通信方式, 这个种族所使用的信息量总是可以测定的, 并且可以把对种族有用的信息量同对个人有用的信息量区别开来. 当然, 对个人有用的信息并不就是对种族有用的信息, 除非它能改变个人对于其他人的行为, 而且这种行为还可能没有种族的意义, 除非别人能把这个行为同其他的行为形式加以区别. 因此, 要决定某一种信息是属于全族的还是纯粹对个人有用的, 就要看个人所采取的行动方式是否被种族中其他成员看作特定的行动方式, 以及是否能逐一影响这些成员的行动等等.

我提到种族. 这个名词对于大多数社会团体的信息的作用范围来说, 确实过于广泛. 本来, 团体的界限只相当于团体信息能够有效地传递到的那个界限. 我们可以给团体定义一种测度, 只要比较一下从外界给予这个团体的判断数目和团体内部作出的判断数目就可以做到这点. 我们可以借此来测定这个团体的自治程度. 一个团体有效大小的测度, 就是这个团体达到一定自治程度所必需的大小.

一个团体比起它的各成员来可以有更多或更少的集体信息. 暂时集合的一群非社会性动物, 即使他的个体成员有很多信息, 也只有很少的集体信息. 这是因为一个成员的行为很少受到别的成员的注意. 别的成员很少因此动作起来再继续传布影响. 另一方面, 在人类组织中却完全有可能比它的任何一个细胞有多得多的信息. 因此, 在种族、部族或团体所有的信息量与个人所有的信息量之间, 没有哪一类一定多, 哪一类一定少的关系.

同个人所有的信息一样, 种族在某一时期使用的信息也不是无需经过特殊努力就能得到的. 大家知道, 图书馆由于自身藏书过多而有难以活动的趋势; 科学也因为发展到如此专业化的程度, 以致专家们一越出自身精细的专业便常常毫无所知. Bush 博士建议利用机械的方法去寻找浩如烟海的文献资料. 这些机械方法可能有用; 但是它们也是受到限制的, 因为除非某专家已经确认某一本新书应该属于那一部门, 否则我们就不可能在分类的时候把这本书分到哪个部门里去. 如果两门学科的方法和内容相同, 但分属于两个远隔的学术领域, 那么分类工作就几乎需要像莱布尼茨那样兴趣广泛的人来担任.

联系到团体信息的有效量问题, 必须指出：社会政治组织中, 最令人惊异的一个事实就是它极度缺乏有效的内稳定过程. 有一种信仰在许多国家都流行而在美国更几乎成为国教. 这个信仰说, 自由竞争本身就是一种内稳定过程：在一个自由市场里, 交易者的个人自私性, 即每人尽可能地设法卖贵买贱, 最终将使价格趋于稳定, 并且有利于最大多数人的利益. 这是和一种极乐观的看法有关的, 这种看法就是：当某个企业家在设法增进自己的利益时, 在某种形态上他多少也是公众的一个恩人, 因此他理应得到社会给予他的巨额报酬. 不幸的是, 事实驳斥了这种简单的理论. 市场是赌局; 实际上, 它就像是垄断资本的家族赌场. 因此, 它严格地服从冯 诺依曼和 Morgenstern 所发展的一般博弈理论. 这个理论的基础是假定每个参加博弈的人在每一阶段上根据他当时得到的信息, 使用一种完全理智的策略来进行博弈, 这种策略保证他最终能得到期望中的最大可能报酬, 因此, 市场上的赌博是由完全理智的、完全无情的赌手来进行的. 即使在只有两个赌手的情况下, 这一理论也很复杂, 虽然这个理论常常使博弈进行的路线是死板的. 然而, 在许多有三个参加者的场合, 以及在极大多数有很多参加者的场合, 博弈的结局就非常难于确定也非常不稳定. 各个参加者由于本身的贪欲不得不结起同盟; 但这种同盟一般并不能使他们采取统一的、决定性的行动, 而是常常以互相出卖、背叛和欺诈告终, 这种情况在较高级的商业界生活中或是极为类似的政治、外交和战争生活中太常见了. 这种情形长此下去, 即使最聪明的最无原则的唯利是图的人也会倾家荡产; 如果这些唯利是图的人对此生厌, 同意和平共处, 最大的报酬就会落到那个等待时机以便撕毁协定、出卖同伴的人身上. 这里没有任何的内稳定作用. 大家都被卷入繁荣和衰落的商业周期中, 卷入接二连三的独裁制和革命中, 卷入那种人人受到损失

的战争中, 这是当前时代的一个真正特征.

当然, 冯　诺依曼把博弈者看作完全理智的、完全无情的人, 这是一种抽象, 也是对事实的歪曲. 一大群十足聪明十足无原则的人互相勾心斗角, 这是十分稀见的. 当骗子聚集在一起的时候, 一定也会有傻瓜. 当傻瓜聚集得相当多的时候, 他们就给骗子提供更为有利的剥削对象. 傻瓜的心理已经成为很值得骗子去认真注意的题目. 傻瓜并不是按照冯　诺依曼的博弈者的行为方式去寻求自己的最终利益, 他的行动是可以预测的, 就像迷宫中的老鼠一般. 这一种说谎方法 —— 即不说真话 —— 会使傻瓜去购买某一种牌子的香烟; 那一种说谎方法可以引诱他去投某个候选人 —— 任何候选人 —— 的票, 或者去参加政治迫害, 如某一政党所希望的. 把宗教、色情文学和伪科学恰当地配合起来就能推广某一画报的销路. 某种甜言蜜语、贿赂和恐吓的混合物会引诱一个年轻的科学家去研究导弹或原子弹. 为了把这些事情办成, 我们有一套机构去调查无线电听众的意见, 去举行选举测验, 去进行舆论抽查以及其他的心理研究, 而且总会有统计学家、社会科学家、经济学家把自己的一套本领出卖给这些事业.

对我们说还算是幸运的, 因为这些说谎的商人和这些使得容易受骗的人们遭殃的剥削者的伎俩还没有达到炉火纯青的境界, 还没有使他们能够为所欲为. 这是因为没有一个人是十足的傻瓜或是十足的骗子. 一个普通人同他直接关心的东西打交道的时候总是有些理智的, 对于公共利益或是自己亲眼见到的别人的苦难总是有些利他精神的. 在一个已经存在很久的因而具有划一的理智和行为水平的小小乡村社会里, 人们对不幸者的关怀, 对路政和其他公共事业管理, 对于一再地违反社会规则的人的容忍态度方面, 都有一个很可尊敬的标准. 这些人终究是存在的, 别的人总得继续同他们一起生活. 另一方面, 在这样的社会中, 对那些老想高出他人一头的人是不合适的. 有种种方法使他感到社会舆论的重压. 经过一个时期, 他会感到这种舆论是如此的无所不在, 如此的不可避免, 如此的限制人和压制人, 以致他为了自卫起见而不得不离开这个社会.

因此, 小而紧密地结合着的社会有极大程度的内稳定性, 不管这种社会是文明国家中的具有高度文化的社会或是原始野蛮人的村落, 都是一样. 纵然许多野蛮人的习俗在我们看来是奇怪的, 甚至是令人厌恶的, 但它们一般都有极明确的内稳定性价值, 人类学者的一部分任务正是要去解释这点. 只有在大的社会里, 那些大亨们才可以靠财富使自己免于饥饿, 靠隐居和埋名改姓逃避社会舆论, 靠诽谤法和拥有各种通信工具来抵制私人批评; 只有在这样的社会里, 残忍才能到达它的最高峰. 对于社会所有这些反内稳定的因素来说, 通信工具的控制是最有效也是最重要的.

本书的教训之一就是, 任何组织所以能够保持自身的内稳定性, 是由于它具有取得、使用、保持和传递信息的方法. 在一个过于大的社会里, 社会成员无法直接相互接触. 因此, 出版物 (包括书籍和报纸)、无线电、电话网、电报、邮递、剧院、

电影院、学校、教堂就都成了取得、使用、保持和传递信息的工具. 它们除了具有作为通信方法这个内在重要性以外, 还有其他的次要作用. 报纸是广告的工具, 也是给报纸老板赚钱的工具; 电影和无线电也是一样. 学校和教堂不仅是学者和圣人的庇护所, 还是“大教育家”和主教的家. 一本不给出版家赚钱的书大概是不会付印的, 而且肯定是不会再版的.

我国的社会是以买卖为基础的社会, 这是大家公认的, 在这里, 无论自然资源或是人力资源都被认为是具有足够魄力去剥削这些资源的第一个实业家的绝对财产, 通信工具的次要方面愈来愈侵占它的主要方面. 由于通信本身日益精巧并且需要更多费用, 这就更加助长了上述的情况. 乡村报纸虽然可以使用自己的记者去采访村子里的消息, 但是它要出钱去购买国内新闻, 去购买由报业辛迪加发行的特写和“铅板”式的千篇一律的政论. 无线电台依靠广告得到收入, 谁给钱谁就来点曲子, 到处都是一样. 大的新闻采访部花钱太多了, 一个中等资本的出版商是供给不起的. 书籍出版家集中出版那些可能一下子被读书俱乐部全部包买下来的书籍. 大学校长和主教, 即使他们没有取得个人权力的野心, 也得维持一个非常花钱的机构, 他们只能到有钱的地方去找钱.

因此, 从各方面看, 通信工具都受到重重约束; 赚钱少的被代之以赚钱更多的; 而这些工具都掌握在极少数的富人阶级手里, 因而自然是表达这个阶级的意见的; 因为通信工具是取得政治和个人权力的一种主要手段, 它们首先吸引来的是那些对这种权力抱有野心的人, 什么通信系统比所有别的系统应该对社会内稳定性更有贡献, 它就直接被掌握在那些最醉心于争权夺利的人的手中, 而我们已经知道, 这种争夺是社会中主要的反内稳定性的因素. 因此, 丝毫不必奇怪, 遭受这种破坏势力影响较大的社会比起较小的社会来, 可以共同使用的信息反而少得多. 至于构成所有社会的个人的内部通信组织 (神经系), 那就比社会好多了. 国家就像狼群一样 (虽然我们希望不至于如此), 它比它的大多数成员更为愚蠢.

上述的意见同大企业领导人、大实验室负责人等所鼓吹的那种见解相反, 他们认为, 因为社会比个人大, 所以比个人有理智. 主张这种见解的人一部分只是由于像小孩子一样的喜欢大、喜欢铺张的心情, 一部分是由于有人以为大的组织可能好一些. 但是, 其中不少人不过是着眼在寻找获利的机会和满足贪欲.

另外有一群人对现代社会的无政府状态不满, 他们有一种总以为能想出办法的乐观心情, 这使他们过高地估计了社会中可能有的内稳定因素. 纵然我们对这些人会表示同情, 我们了解他们在情绪上处在进退维谷的境地, 但是我们不能给这种如意算盘以太高的估价. 这种想法就像老鼠想给猫挂上铃铛一般. 无疑地, 对于我们这些老鼠说, 给这个世界上的掠夺性的猫都挂上铃铛是极可喜的, 但是谁去挂呢? 谁给我们保证无情的权力不会回到那些归最贪图权力的人的手中去呢?

我提起这一点, 因为我有些朋友非常希望这本书里可能包含的新思想会发生某

种社会效用, 我认为这是虚假的希望. 他们确信人们对物质环境的控制已远远超出人们对社会环境的控制和理解. 因此, 他们认为当前的主要任务是把自然科学中的方法推广到人类学、社会学、经济学方面去, 希望能在社会领域里取得同样程度的胜利. 他们起初相信这样做是必要的, 进而相信这样做是可能的. 在这点上, 我认为他们表示了过分的乐观, 并且误解了一切科学成就的性质.

一门精密科学的所有巨大成功都是在这样的一些领域里得到的, 在那里, 可以把观察者与现象高度地分离开来. 我们在天文学中见到, 这种分离是由于某些现象比起人来太巨大了, 因此即使人费尽力气, 也不能对天体世界发生丝毫影响, 更不要说光是看它一眼了. 另一方面, 在现代原子物理学, 即关于无法形容的微小东西的科学中, 我们做的任何事情的确对许多个别粒子都起影响, 而且这种影响对各个粒子来说是巨大的. 但是, 无论从空间上或时间上说, 我们都不是生活在像粒子那样的标度中. 一个观察者按照其生存的标度来看认为可能有巨大意义的事件, 在我们看起来只是由大量粒子合作产生的平均集体效应 —— 不错, 有些例外, 例如在 Wilson 云室的实验中. 就这些效应来说, 其时间间隔对个别粒子及其运动说来是很大的, 因此我的统计理论有符合要求的足够基础. 总而言之, 要去影响星辰的运行, 我们太渺小了; 要去观察分子、原子和电子, 我们又太大了, 因而只能观察它们的集体效应. 在这两种极端情况下, 我们同我们所研究的现象进行相当松弛的耦合, 我们只是从这种耦合中得出集体性的总的解释, 虽然这种耦合对我们说来还不够松弛到可以完全忽略的程度.

在社会科学中, 极难使被观察的现象和观察者之间的耦合减到最低限度. 相反, 观察者能够对他所关心的现象施展巨大影响. 虽然我十分尊敬我的那些人类学家朋友的智慧、本领和诚实目的, 但是我并不认为他们所考查的任何社会以后将永远不变. 许多教会人士在给原始语言写成文字的过程中, 把语言误解成永久的法律. 一个民族的社会习惯可以仅仅因为对它进行调查工作而消失或发生变化. 在另一种意义上, 这就是常说的“翻译者是叛逆者”的意思.

另一方面, 社会科学家没有从永恒的、与时间地点无关的角度来冷静观察他的科目的那种便利. 也许有一种人类微生物的群众社会学, 这门科学观察人类就像观察瓶子里的果蝇一般; 但这不是我们这些人类微生物所特别关心的社会学. 我们对人类在永恒相之下 (sub specie aeternitatis) 的兴亡苦乐很难有动于衷. 人类学家所报告的习俗, 是那些寿命同他自己一般长的人们的习俗 (这些习俗是和那些人的生活、教育、事业和死亡牵连着的). 经济学家最关心的是预测几十年以内产生的或是至少对一个在他事业的各个阶段中起影响的那种商业周期. 现在很少有政治哲学家会把他的研究局限在柏拉图的理念世界中.

换句话说, 我们在社会科学中不得不考虑一些短期的统计游程, 我们也没有把握断定我们见到的大部分东西是不是我们自己创造的赝品. 对股票市场的研究很

可能把股票市场弄糟. 我们不能成为好的研究者, 因为我们同我们的研究对象太一鼻孔出气了. 总之, 不管我们在社会科学中的研究是统计性的或是动力学性质的 —— 这种研究一定具有两可的性质, 它们可信的程度只能够到达头几位数字, 一句话, 它们不能给我们提供大量的可以验证的、有意义的信息, 如同我们在自然科学中可以希望得到的那种信息一样. 我们不能忽视这些信息, 但我们对这些信息的可靠性不要抱着过大的希望. 不管我们愿意与否, 有许多东西我们只好让熟练的历史学家用不"科学"的、叙述的方法去进行研究.

附　　注

有一个问题应该包括在这章之内, 虽然它并不是议论的重点. 这个问题就是能不能制造一部下象棋的机器, 对于机器和心灵来说这种能力是否具有本质的差别. 我们不必提出这样的问题：能不能制造一部能下冯　诺依曼所说的最优棋局的机器. 就是最好的人脑也无法做到这一点. 但是另一方面, 无疑地可以制造那样一种机器, 不管下得好下得坏, 它总是按着规则来下棋. 制造这种机器根本上不比制造铁路信号塔上的连动信号系统更为困难. 我们现在要制造的是介乎两者之间的东西：我们要制造的机器将是人的有趣的对手, 它下的棋有一定的水平, 同人类棋手的水平相仿佛.

我认为可以制造一部比较粗糙但绝不平凡的机器来实现这一目的. 机器在下棋时必须认真比较 —— 如果可能, 要极迅速 —— 自己在两三步内所有可能的走法和对方在两三步内全部可能的还击. 每一种走法的结果都应当给以一定的评价. 例如, 一种走法能将死对方, 得最高的评价, 被对方将死, 得最低评价; 失子、得子、将军以及其他可以见到的情况都应该给一定评价, 而且这种评价要同优秀棋手所给的评价相差不太远. 每种走法的第一步, 可以按照冯　诺依曼的理论给予评价. 当只考虑到机器走一步和对方走一步的所有走法时, 机器对每一种走法的评价, 应该根据对手在机器走了那一步之后, 作出各种可能的还击所造成的不同局势中, 使机器获得最小评价的那个局势来评价①. 当考虑到机器走两步和对手走两步的所有走法时, 机器对每一种走法的每一步的评价, 应该根据对手所有可能的第一次回击中, 使机器获得最小评价的那个局势来评价, 而对手的所有可能的第一次回击, 却是根据机器走第二步时的最高评价来确定的, 这个对机器的最高评价指的是假定当对方只走一步, 机器跟着也只走一步时, 机器可能获得的最高评价②. 这一方法也可以用于双方走三步或更多步数的情况. 这样, 机器就从 n 步中挑选出具有最高评价的

① 使机器获得最小评价的局势就是对机器最不利的局势. —— 中译者注

② 对手在作第一次回击时, 他会考虑到机器跟着还要走一步, 而且可能会选择对机器最有利的一步走. —— 中译者注

那一种走法, n 的值是由机器设计者决定的. 因此, 它的下法是一定的.

这样的机器不但会按规则下棋, 而且还不至于下得可笑地坏. 在每一阶段上, 如果两三步内就可以把对方将死, 机器就会这样做; 如果可以避免两三步内被对方将死, 机器也会设法避免. 它大概会战败一个愚蠢而粗心的棋手, 但是同一个技巧很高的仔细的棋手去下棋, 它一定要输. 换句话说, 它可能下得同人类中绝大多数棋手一样好. 这并不是说它会灵巧得同 Maelzel 的谎骗机器一样, 但是不管怎样, 它可以得到很大的成就.

第二部分

补充的几章 (1961)

第九章　关于学习和自生殖机

学习的能力和生殖自己的能力是我们公认的作为生命系统的特征的两种现象. 这些能力的性质表面看来虽然不同, 相互之间却有密切关系. 一个动物进行学习, 那它就是一个能够被它过去的环境转变成另一个不同的动物的动物, 因而它在自己个体生活的时间内对周围环境的影响是可调节的. 一个动物进行繁殖, 就是它能够产生出另一些虽然不是和它完全相同, 至少是近似相同的动物, 所谓近似相同, 就是在时间的进程中不是不能发生任何改变. 如果这种改变本身是能遗传的, 我们就有了供自然选择发生作用的原始材料. 如果行为方式有遗传不变性, 那么在各种有了变异的行为类型中, 那些被传播开的行为方式, 总可以发现它们对于种族的继续生存有某些好处, 因而能使自己稳定下来, 另外一些对种族的继续生存有害的行为方式也就会被消灭. 与个体的个体发育的学习比较, 上述结果就是某种种族的或系统发育的学习. 个体发育和系统发育的学习都是动物根据周围环境来调节自己的方式.

个体发育和系统发育的学习, 特别是后者, 不只是适用于所有的动物, 而且适用于植物, 适用于所有从任何意义上看来是有生命的有机物. 当然, 这两种形式的学习对于不同种类的有生命体的重要程度是有很大不同的. 对于人, 在一定范围内对于其他哺乳动物, 个体发育的学习和个体适应性被提到最高的重要地位. 的确可以这样说：人的系统发育学习的大部分都是用来建立良好的个体发育学习的可能性.

Julian Huxley 在他的论鸟的智力的主要论文① 中曾经指出, 鸟的个体发育的学习能力很小. 昆虫的情况与鸟有某些类似. 在个体对飞行的迫切需要和由此引起的可以用来作个体发育学习的神经系统被这种需要所事先占据, 这一事实, 可能是鸟和昆虫个体发育的学习能力小的原因. 鸟的飞行、求爱、抚养小鸟、筑巢等复杂行为, 都是在很早的时候, 未经母鸟什么教育的情况下, 就能正确的做到的.

本书也应有一章对下面两个彼此有关的问题加以适当讨论. 人造的机器能学习吗? 它们能生殖出自己吗? 在这一章中, 我将试着证明, 它们确实能够学习和生殖自己, 我将对这两种活动所需的技术加以说明.

这两个过程中, 学习比较简单些, 因此, 关于学习过程的技术的发展也走在前面一些. 我要在这里特别谈到博弈机的学习, 这种博弈机能使自己根据经验改进自己行为的战略和战术.

① Huxley J. *Evolution*: *The Modern Synthesis.* New York: Harper Bros., 1943.

已经有了一种现存的博弈理论 —— 冯　诺依曼理论[1]. 这个理论涉及的与其说是一种从博弈的开始看来为最好的对策, 不如说是一种从博弈的结局看来为最好的对策. 在博弈的最后一着中, 如果有可能, 一个博弈参加者总是力求走能获胜的一着, 其次至少要走能得平局的一着. 他的对方, 在走他这一着的前面一着时, 总是力求要取一种着法, 使得他不能走这获胜或得平局的一着. 如果他这时能走出获胜的一着, 他就一定会这样走下去, 这一着就不会是博弈的倒数第二着, 而是博弈的最后一着了. 另一方在走这一着的再前面一着时, 他将打算采取这样一种走法, 使得对方即使有最好的智谋, 也不能阻止他走最后取胜的一着, 如此依次倒着推下去, 都是如此.

像井字游戏 (ticktacktoe) 这类整个战略都是已知的博弈, 就可以从最开始就按照这种对策来走. 当这种对策行得通时, 很明显它是进行博弈的最好的方法. 但是, 在像象棋这样的许多博弈中, 我们的知识不够, 不允许我们对这类博弈形成一个完整的战略, 这样我们只能对完整的战略加以近似. 冯　诺依曼类型的近似理论假定博弈参加者的对方是完全聪明的那种博弈能手, 这种理论令博弈参加者以极度的谨慎行动.

对待博弈的这种态度并不经常都是恰当的. 在作为博弈的一种的战争中, 这种态度一般将造成一行动上的优柔寡断, 其结果, 经常总是不会比失败好多少. 让我举出两个历史上的例子. 当拿破仑在意大利和奥地利人打仗时, 他之所以有威力, 部分因为他知道奥地利式的军事思想是气魄狭小和因循守旧的, 因此他十分正确地假定他们不可能利用法国革命的士兵所发展出来的新的“果断逼人”(decision-compelling) 的战争方法. 当 Nelson[2] 与大陆欧洲的联合舰队作战时, 他就是靠一种机器军舰来取胜的, 这种机器军舰使他掌握数年的制海权而且由此发展出各种思想方法, 他清楚地知道这些方法是他的敌人所不能利用的. 如果他不充分利用这种有利因素, 而是按照他面对的敌人也有同等的海军经验的假定那样来小心地行动, 在长期作战之后他也可以获胜, 但是却不可能像他那样快地、那样彻底地获胜, 他就不可能去组织那严密的舰队封锁, 使得拿破仑最后失败. 在这两个例子中, 支配的因素是指挥官和他的对方从他们行动的过去中统计地表现出来的已有作战记录, 而不是那种要和一个全能的敌人打一场全能的仗的意图. 在这些情况下, 对冯　诺依曼博弈论方法的任何直接应用都将被证明是无益的.

对于同一个问题, 一些关于棋术理论的书却不是按冯　诺依曼的观点来写的. 这些棋书是棋手和另一些质量很高、知识很广的棋手下棋的实际经验的原则总结; 他们对每一个棋子的损失, 对移子 (mobility)、控子 (command)、加子 (development)

---

① von Neumann J and O Morgenstern. *Theory of Games and Economic Behavior.* N. J., Princeton: Princeton, University Press, 1944(中华本, 科学出版社将出版).

② Haratio Nelson, 1758−1805, 英国名将, Trafalgar 海战的胜利者. —— 译者注

和其他可以随博弈进程而起变化的因素都给予某种估价或权重.

要制造一部能下一种棋的机器并不是很困难. 非常简单的计算机就能轻易使机器遵守博弈的规则, 只走符合规则的步着. 改装一部数字机来达到这个目的确实不困难.

现在来讨论符合博弈规则的对策问题. 对于各个子、对于控子、移子等的估价, 本质上都能够化为数值项, 这样做了之后, 棋书上的原理就可以用来决定每一局棋的最好着法. 这样的机器已经制造出来, 它们可以满有把握地和业余棋手比赛, 虽然目前还不能达到名手的才干.

设想一下你和这样一部机器下棋时的处境. 为了使双方的地位公平, 让我们假定你是在进行通信下棋, 但是并不知道和你通信下棋的是一部机器, 因此, 也没有由于知道对方是机器而可能引起的各种偏见. 自然, 像通常下棋的情况一样, 你会去判断你的对方的棋性. 你会发现当在棋盘上两次出现同一棋势时, 你的对方的动作每次都一样, 你会发现他的棋性是很死的. 如果你有什么花招要耍, 在相同的条件下, 你总可以这样去耍. 因此, 对于一个专家来说, 要找出他的机器对方的棋路而且每次都把他打败, 是并不太难的.

但是, 有一些机器并不能这样容易地被击败. 让我们假定在每下了几盘棋后, 机器都要求暂停而利用它的设备去作其他目的的工作. 在暂停的时间内, 它不去和对方下棋, 而是对所有记录在它的记忆装置上的前面几局棋的情况进行审查, 以便确定对各个子, 对控子和移子等等的不同估值给予什么权重, 才能最有利于取胜. 这样, 机器就不但从自己的失败中学习而且从对方的胜利中学习. 现在它用新的一套权重值代替老的一套并作为一部新的更好的机器来继续进行博弈. 这样的机器就不再是一部死棋性的机器, 一次可以取胜它的花招, 最后总归要失效. 不但如此, 它还可以在时间的进程中吸收对方的某些对策.

在象棋中, 所有这些做起来是非常困难的, 事实上, 这种技术还没有充分发展到能使一部机器下大象棋的地步. 西洋象棋 (checker) 的问题比较简单一些. 各个子的数值的同一性, 大大减少了必须考虑的组合数. 而且, 部分地由于这种同一性, 西洋象棋比象棋可分成的阶段数要少得多. 就是在西洋象棋中, 结束博弈的主要问题也不是得子, 而是与敌方建立一种关系, 使得子成为可能. 同样, 对象棋步着的估值, 必须使它与不同的阶段无关. 不但是博弈的最后阶段在走法上与中间阶段有所不同 (这一点当然是最重要的), 而且开始阶段较之中间阶段在走法上也有所不同, 开始阶段的走法要更多地考虑到如何把子摆在一个便于进攻和防御的地位. 因此, 我们绝不能满足于对整个博弈的各种权重因子给予均一的评价, 必须把学习的过程分成几个不同的阶段. 只有这样我们才有希望制造出一部能下大象棋 (master chess) 的机器.

一级程序设计 (在某些情况下它是线性的) 与二级程序设计 (它在决定如何实

现一级程序中要求实现的对策时, 利用很长一段过去的数据) 相结合的概念, 本书早已联系着预测问题讨论过. 预测器靠着一种线性运算用飞机飞行的刚刚过去的状态去预测飞机未来的飞行状态; 但是确定一个正确的线性运算的问题是一个统计问题, 过去长期飞行的状态和许多次同类飞行的过去状态是解决这个问题的统计上的根据.

为了确定从短期过去看来要采取的策略, 需要有对长期过去的统计研究, 这种统计研究是显著地非线性的. 事实上, 在应用 Wiener-Hopf 预测方程① 时, 这个方程的系数是用一种非线性的方法来确定的. 学习机一般总是靠非线性反馈来运转. Samnel② 和 Watanabe③ 所说的下西洋象棋的机器，在按程序运转了 10 到 20 小时的基础上, 能满有把握地学会击败设计它的人.

Watanabe 关于应用程序设计机的哲学思想是很激动人的. 他把寻找一种最适合某种巧妙和简单准则的证明初等几何定理的方法, 看成是学习一种博弈, 这种博弈的对手不是个别的人, 而是我们称之为"妖魔上校"(colonel bogey) 的东西. 当我们要在经济、直观和其他价值的基础上, 用确定一定数目的未定参数的值的方法, 来建立一个准美学 (quasi-aesthetic) 式的理论时, 我们就是在用逻辑推理玩一种 Watanabe 所研究的那类博弈. 的确, 这种博弈只是一种有限的逻辑推理, 但它却是值得去研究的.

许多形式的斗争活动, 我们通常不把它们看作是博弈, 但是, 通过博弈机理论却有力地说明它们具有博弈的性质. 猫鼬与蛇之间的搏斗就是一个有趣的例子. 如 Kipling 在"Rikki-Tikki-Tavi"中所指出的, 虽然猫鼬皮肤上的硬毛使蛇很难咬进它, 因而多少可以起一些保护的作用, 但是, 猫鼬对于眼镜蛇的蛇毒并没有免疫的能力. 如 Kipling 所说的, 这种搏斗是一种死神之舞, 一种力气和敏捷的竞争. 没有理由认为猫鼬的个别动作比眼镜蛇快些或准确些. 然而猫鼬通常是杀死眼镜蛇而自己并不受伤. 怎么能够做到这一点呢?

我看见过这样一次搏斗, 也从电影中看到过类似的搏斗, 我在这里对它作出一种我认为是有根据的解释. 我不能担保我的观察也像我的解释那样正确. 猫鼬开始用一种佯攻来挑起蛇对它的进攻. 猫鼬闪避和做其他伪装的动作, 这样我们就看到在两个动物的双方都做一种有节奏的动作. 无论如何, 这种舞蹈不是静态的而是逐渐发展的. 当舞蹈继续下去, 针对眼镜蛇的进攻, 猫鼬的伪装动作出现得越来越早,

① Wiener N. *Extrapolation, Interpolation, and Smoothing of Stationary Time Series with Engineering Applications*. New York: The Technology Press of M. I. T. and John Wiley & Sons, 1949.

② Samnel A L. Some Studies in Machine Learning, Using the Game of Checkers, *IBM Journal of Research and Development*, 1959, 3: 210–229.

③ Watanabe S. Information Theoretical Analysis of Mulivariate Correlation. *IBM Journal of Research and Develooment*, 1960, 4: 66–82.

等到眼镜蛇的身子伸长了, 不能迅速动作了, 猫鼬就真正发动最后的攻击. 这时, 猫鼬的进攻就不是一种佯攻, 而是对准眼镜蛇的头, 致命地咬一口.

换句话说, 蛇的行动方式只限于简单地冲击, 每一次冲击都是为冲击而冲击; 而猫鼬的行动方式则考虑到搏斗的整个过去的一段, 如果不是很长的一段, 至少是它能够估认的一段. 猫鼬的活动有几分像学习机, 它的真正致命的攻击是由那高度地组织起来的神经系统来决定的.

正如 Walt Disney 几年前的一部影片中所表现的, 当一只西方鸟攻击一条响尾蛇时, 也发生非常类似的情况. 鸟用嘴和爪子搏斗和猫鼬用牙齿来搏斗, 它们在活动的形式上是很相像的. 斗牛也是属于这方面的很好的例子. 请记住, 斗牛并不是一种运动, 而是一场表演牛和人的美感和相互协调的动作的死神之舞. 性情平静的牛本来不会进行这种搏斗的, 从我们的观点看来, 我们可以不去考虑对牛的最初的鞭策, 这种鞭策的目的是要使竞赛双方的交战能力都得到最高度的发展. 有修养的斗牛士有很多套动作, 例如炫耀他的披肩, 各种佯攻, 绕足趾旋转等等, 这些动作都是为了使牛耗尽它的冲劲, 并且在斗牛士准备把 estoque 刺入牛的心脏的那一时刻, 使牛处于松弛的状态.

我所说的关于猫鼬和眼镜蛇、斗牛士和牛之间的搏斗同样适用于人与人之间的体力竞赛. 我们来看看一场用短剑的决斗. 它包括一连串的佯攻、闪避和冲刺, 双方的目的都是为了把对方的剑引出某条线以外, 以致他能刺中对方而又不因双方的接近而把自己暴露在对方面前. 再有, 在一场网球选手赛中, 每一次只考虑如何送这一次的球或回这一次的球是不够的, 较好的战略是迫使对手在一连串的回球中逐渐处于一种劣势, 直到他无法再完全的回球.

这些体力竞赛和我们打算让博弈机去玩的那类博弈都有同样的学习因素, 这种学习因素表现为对对手的习惯和自己的习惯的认识. 对于体力竞赛上适用的东西同样适用于智力因素较强的那些竞赛, 例如, 在战争和模拟战争的游戏中, 指挥部就是靠军事经验的因素来取胜的. 这对于古典的陆战和海战是如此, 对于现代的还没有进行过的原子武器的战争同样是如此. 像用学习机使下西洋象棋 (checker) 机械化一样, 对于所有这些战争的指挥也可能做到某种程度的机械化.

没有比想到第三次世界大战更可怕的了. 是否有一部分危险真正来自对学习机的滥用, 是值得深思的. 我一再听到有人说, 学习机不会为我们造成任何新的危险, 因为当我们感到有危险时, 可以把它关掉. 我们究竟能不能关掉它呢? 要有效地关掉一部机器, 我们必须得到是否到了危险点的情报. 事实上, 我们制造的机器并不能保证我们要关机器时获得相应的情报. 这一点在谈到下棋机运转了很有限的一段时间后, 就能打败它的设计人时, 就已经令人信服了. 况且, 近代数字机的极快的运转速度已经超出我们对危险指标及时作出考虑的能力范围.

关于具有很大威力和完成某种对策的巨大能力的机器, 关于这种机器的危险性

的思想, 不是什么新东西. 新东西是我们已经有了这类有效力的机器. 在过去, 类似的可能性被认为是魔法, 成为各种传奇的民间故事的题目. 这些故事彻底地探讨了魔术师的道德地位. 我在一本较早出版的"人应该像人那样来使用"[①] 的书中已经讨论过传奇中的魔术道德的某些方面. 我要重复一下在该书中讨论过的某些材料, 为的是在学习机的新成就上, 更精确地说明它.

一个最有名的魔术故事就是 Goethe 的"魔术师的徒弟". 故事中说, 魔术师离开了他的徒弟、仆人和打水的零工. 零工是一个懒惰而有发明才干的小孩, 他把他的打水的工作交给一把扫帚, 对着扫帚他喊出从主人那里听来的魔术的约言. 扫帚殷勤地为他工作, 毫不停止. 小孩快要淹死了. 他发觉他没有学会, 或者是忘记了叫扫帚停下来的第二句咒语. 在绝望中, 他拿起扫帚, 用他的膝盖把它折断, 使他惊慌的是, 扫帚的两半继续在打水. 幸好在他没被完全淹死以前, 主人回来了, 主人念出咒语叫停住扫帚并且给他的徒弟一顿严厉的责骂.

另一个故事是"天方夜谭"中的渔人和妖魔. 渔人在他的网中打上来一个封漆上盖有所罗门印章的瓶子. 在这个瓶子中, 所罗门囚禁了一个反叛的妖魔. 妖魔出现在一片烟雾中, 这个巨大的家伙告诉渔人说, 在他被囚禁的头几年, 他会决定要以权力和幸福报答他的拯救者, 现在他却决定要用手杀死渔人. 幸好渔人找到了一个方法把妖魔装回瓶里并把它投进海底.

比这两个故事更可怕的是本世纪初英国作家 Jacobs 写的猴掌的寓言. 一个退休的英国工人与他的妻子和朋友, 一位从印度来的英国少校军官, 闲坐在家. 少校军官给他的主人看一个样子像枯干的猴掌的护身符. 这是一个印度圣徒送给他的, 圣徒打算满足三个人中每一个人三个愿望, 以此来说明向命运挑战是愚蠢的. 军人说他不知道第一个所有者的头两个愿望, 只知最后一个愿望是死. 他告诉他的朋友, 他自己是第二个所有者, 但是不愿说出他自己的恐怖经验. 他把猴掌投入火中, 但是他的朋友又把它取回并且打算试一试它的威力. 退休工人的第一个愿望是要 200 英镑. 不久之后, 有人敲门, 雇他儿子的那家公司的一个职员走进屋来. 父亲明白了他儿子已经被机器轧死, 公司虽然不承认负有什么责任和法律上的义务, 但是愿意付给死者的父亲数目为 200 英镑的抚恤金. 受悲伤打击的父亲提出了他的第二个愿望 —— 让他儿子回来 —— 当有第二次敲门声而门被打开时, 出现了一个东西, 不用多说, 这就是他儿子的亡魂. 他的最后一个愿望就是让亡魂走开.

在所有这些故事中, 魔术的动作机构都是木头脑瓜式的, 如果我们求它造福, 那我们就问它要我们真正需要的东西, 而不要问他要那自以为需要的东西. 学习机的新的真正的动作机构也是木头脑瓜式的. 如果我们为赢得战争而设计一部机器, 我们就应该想好我们所指的胜利是什么意思. 打一场不引起直接灾难的核战争的唯

① Wiener N. *The Human use of Human Beings.* Cybernetics and Society. Boston: Houghton Mifflin Company, 1950.

一经验只是由模拟战争的游戏得来的. 如果我们用这种经验作为实际的意外事件中的行动指南, 我们在博弈设计中用到的胜利的价值就必须是我们所知道的在一场战争的实际结果中的那同一价值. 我们只有在直接的、巨大的、难挽回的危险中才能知道这种价值. 我们不能希望机器在偏见和感情的妥协方面也跟我们一样, 由于这种感情的妥协, 我们可以自己把毁灭叫做胜利. 如果我们追求胜利, 但是并不知道我们所要的胜利是什么意思, 我们将会发现鬼魂在敲我们的门.

关于学习机谈得很多了. 现在让我对自生殖机说一两句话. 这里机器和自生殖两个词都是重要的. 机器不只是物质的一种形式, 而是为完成某确定目的的一种动作机构. 自生殖也不仅是生产出一个捉摸得到的复制品, 而是要生产出一个具有同样功能的复制品.

这里有两个不同的论点需要证明. 其中之一纯粹是结构上的, 涉及的问题是: 机器能否有足够的部件和充分的复杂结构来实现它的功能中的自生殖功能. 这个问题已故的冯　诺依曼已经作了肯定的回答. 另一个问题涉及制造自生殖机的实际操作程序. 在这里我的注意力将限于一类虽不包括所有机器, 但具有很大普遍性的机器. 我指的是非线性变换器.

这种机器是一种输入为一简单时间函数, 输出为另一时间函数的装置. 它的输出是由输入的过去完全地决定的, 但是, 一般说来, 输入增加, 输出并不成比例地增加. 这样的一部装置就叫做变换器. 所有线性和非线性变换器的一个共同性质就是对时间的平移的不变性. 如果一部机器在执行某种功能, 那么, 把输入的时间向后移动某一时间, 输出也就被移后同一时间.

非线性变换器的正则表示式是我们的自生殖机理论的基础. 对于线性装置十分重要的阻抗和导纳的概念, 在这里是完全不适用的. 我们将提出实现这种表示的某些新方法, 这就是部分由我① 发展, 部分由伦敦大学 Gabor 教授②发展的方法.

Gabor 教授的方法和我的方法都引导到非线性变换器的制造, 这种非线性变换器线性到这样的程度, 以致它能用一个输出来表示, 这个输出是一组具有相同输入的非线性变换器的诸输出的和. 这些输出带上它们的可变的线性系数被加在一起. 这使我们在设计和说明非线性变换器时能够应用线性展开理论. 特别是, 这种方法允许我们用最小乘方法来得到各组成项的系数. 如果在这种方法中加上另一个方法, 即对该装置的所有输入的集合的统计平均, 我们就得到正交展开理论中一个不同的分支. 非线性变换器理论的统计根据, 可以从对每一特定情况下诸输入的过去统计的实际研究中得到.

---

① Wiener N. *Nonlinear Problems in Random Theory.* New York: The Technology Press of M. I. T. and John Wiley & Sons, Inc., 1958.

② Gabor D. Electronic Inventions and Their Impact on Civilization. *Inaugural Lectures.* Imperial College of Science and Technology. University of London, England, March 3, 1959.

这是关于 Gabor 教授的方法的粗略说明, 至于我的方法基本上类似, 只是我的研究的统计根据稍有不同.

大家都知道电流并不是连续地被传导的, 而是由一束在均匀度上有统计变化的电子流来传导. 这种统计上的起伏可以由布朗运动理论, 或者由散粒效应和真空管噪声等类似理论很好地加以表示. 关于这些问题, 我将在下一章中作某些讨论. 能发生具有特定统计分布的、标准化的、散粒效应的装置无论如何是能制造出来的, 这样的装置已经作为商品而在生产了. 请注意, 真空管噪声某种意义上可说是一种万全的输入, 因为在一段足够长的时间内, 它的起伏迟早总可以去近似任何给定的曲线. 真空管噪声的积分和平均值理论是非常简单的.

利用真空管噪声, 我们很容易确定一个正规和正交的非线性运算的闭集. 如果接受这些运算的输入有与真空管噪声相当的统计分布, 那么, 我们的装置的两个组成部件的输出的乘积的平均值 (对真空管噪声的统计分布所取的平均) 将为零. 而且每一部件的输出的均方值都能被规格化为 1. 于是应用大家熟习的正交函数理论就可以把一般的非线性变换器表成这些组成部件的展开式.

特别是我们的装置的各个部件的输出是 Hermite 多项式的乘积, 这个多项式以输入的过去作它的 Laguerre 系数. 这些在我的随机理论中的非线性问题一书有详细的介绍.

自然, 要对一组所有可能的输入取平均值, 初看起来是困难的. 这个困难所以能解决是由于散粒效应输入具有测度可迁性, 或各态历经性. 任何可积函数, 其参数具有散粒效应输入的分布, 它对时间的平均, 几乎每一次都是等于它对系综的平均. 这就允许我们把装置上的两个部件加上同一散粒效应输入, 并且用对时间取平均值代替对整个系统取平均值来求得两部件的输出的乘积的平均值. 所有这些步骤所需的运算项目并没有超过两个电势相加、相乘和对时间取平均值的范围. 能作这些运算的机器都是现存的. 事实上, Gabor 教授的实验方法所用的基本仪器与我所用的是相同的. 他的一个学生发明了一种特别有效和经济的乘法机器, 这种机器依靠两个磁场线圈的吸引使一个晶体产生压电效应.

总起来说就是, 我们能够用许多线性项的和来模拟任何未知的非线性变换器, 其中每一个线性项都有固定的特性并带上一个可调整的系数. 当同一散粒效应发生器同时联接在那未知变换器和一特定的已知变换器的输入端时, 那特定的已知变换器所带的那个系数能够由这两个变换器的乘积的平均值来确定. 再有, 如果用使各系数自动地转送到反馈装置上去的办法来代替前面这个办法 —— 在一个仪器的刻度上数出结果, 然后用手把结果送到一个变换器上, 以此得到要模拟的装置的一个模拟部件 —— 并没有什么特别的困难. 我们已经成功地做到的是: 制造一个能模拟任何非线性变换器的特性的白箱, 然后把它与一给定的黑箱变换器进行类比, 方法是给两者加上同一随机输入并把它们的输出以适当方式联接起来, 使它们不需

要人的干预就能达到一种适当的结合.

请问这个过程, 与另一些过程 —— 基因作为一个样板, 从氨基酸和核酸的一种比例不定的混合物中, 形成与它相同的另一些基因分子, 或者, 病毒把从它的寄主的组织和体液中形成的其他同种病毒分子引变成自己那种类型 —— 从哲学观点看来是否有很大的不同. 我并不完全指望这些过程在细节上也是相同的, 但是我却相信从哲学的观点看来, 它们是非常类似的现象.

第十章　脑电波与自行组织系统

在前一章中, 我讨论了学习和自生殖问题, 它们既适用于机器, 也适用于生物系统, 至少近似地适用于生物系统. 在这里还要重复我在序言中提出的某些论点并且把它们直接加以应用. 如我所指出的, 这两种现象是相互密切关联的, 因为头一个现象是个体依靠经验去适应周围环境的基础, 我们叫它为个体发育的学习, 第二个现象提供变异和自然选择借以起作用的材料, 它是系统发育的学习的基础. 我曾经讲过, 哺乳动物, 特别是人, 主要是通过个体发育学习来调节他们与周围环境的关系, 至于行为方式有很大不同的鸟, 在它的个体生命中不进行什么学习, 更多地是靠系统发育学习.

我们已经知道非线性反馈在这两种过程的起源上非常重要. 现在, 这一章要专门研究非线性现象在其中起主要作用的一种特殊的自行组织系统. 我在这里所说的就是我认为发生在脑动电流图或脑电波的自行组织中的东西.

在我们讨论这些问题的思想内容之前, 我必须说说什么是脑电波? 它们从精确的数学处理的角度看来具有怎样的结构? 很多年以前就已经知道, 有某种电势伴随神经系统的活动而产生. 在这个领域中的第一次观察要追溯到上世纪初, 这个观察是由 Volta 和 Galvani 在蛙腿的神经肌肉标本上完成的. 这就产生了电生理科学. 然而, 这门科学直到本世纪头 25 年以前, 还是进展很慢的.

为什么生理学的这一分支发展得如此慢, 这是值得反省的. 用来研究生理电势的原始仪器就是电流计. 这些电流计有两个缺点：第一, 从神经本身得来的, 用以推动电流计的线圈或指针的整个能量是太小了; 第二个困难, 那个时候的电流计的运动部件有很大的惯性, 为了使指针停在它准确的位置, 需要一个很大的回复力, 也就是说, 电流计实际上不只是一只记录器, 而且是一只畸变计. 早期最好的生理电流计是 Einthoven 的弦线电流计, 它的运动部件简化到只是一根线. 在当时的标准看来, 如此精细的这种仪器, 要不产生严重畸变地记录下小的电势还是不够的.

于是电生理学期待着一种新的技术. 这种技术是属于电子学方面的, 它们有两种形式. 其中之一建立在爱普生发现的关于气体导电的某些现象的基础上, 这些发现引起了真空管和放大用电子管的应用. 这些管子使我们能够把一个弱电势很忠实地变换为强电势. 因此, 也就使我们能够用一种不是由神经发出的, 而是由它控制的能量, 来推动记录装置的最后的元件.

第二个发明也与真空中的导电有关, 叫做阴极线示波器. 这使我们能够用一种

比以前任何的电流计要轻得多的东西作为仪器的运动部件, 这个东西就是一束电子. 借助于这两种装置 (分别地或结合起来用), 本世纪的生理学已经能够很忠实地跟踪一个小电势的时间序列, 而这在 19 世纪是完全超出了仪器正确工作的范围的.

有了这些工具我们就能得到微弱电势的时间序列的正确记录, 这些微弱电势是插在头皮上的或植入大脑中的两个电极之间的电势. 这些电势在 19 世纪都曾经观察过, 新的正确记录的威力激起了 20 或 30 年前的生理学家的巨大希望. 至于把这种仪器用来直接研究大脑的活动的领袖人物, 在德国有 Berger, 在英国有 Adrian 和 Matthews, 在美国有 Jasper, Davis 和 Gibs 夫妇.

必须承认, 脑电流描记术的近期发展直到现在还不能满足这个领域的早期工作者的宏愿. 他们那时得到的数据是由印字机记录下来的. 它们是一种非常复杂和不规则的曲线; 虽然可以辨认出某些占优势的频率 (例如每秒振荡约 10 次的 α 律), 但是这印字机的记录是一种不适合于作进一步数学处理的记录形式. 结果是脑电流描记术成为一种技术而不是一门科学, 它依赖于受过训练的观察者在大量经验的基础上辨认印字记录的某些性质的能力. 这就是那反对对脑动电流图所作的解释的最基本的理由.

在近二三十年间, 我对连续过程的调和分析发生了兴趣. 当物理学家早已考虑过这样的过程时, 调和分析方面的数学家几乎都还局限在研究周期过程, 或当时间从正方向或负方向前进时在某种意义上渐趋于零的那种过程. 在把连续过程的调和分析放在一个巩固的数学基础方面, 我的工作要算是最早的尝试. 我发现这方面最基本的概念就是自相关的概念, 它已经由泰勒 (现在叫 Sir Geoffrey Taylor) 在研究湍流① 时用到过.

时间函数 $f(t)$ 的自相关由 $f(t+\tau)$ 与 $f(t)$ 的乘积的时间平均来表示. 作自相关的表示式时, 即使在所研究的实际情况中, 我们遇到的是实变数函数, 引用时间的复变数函数仍然较为方便. 这时自相关就变成 $f(t+\tau)$ 与 $f(t)$ 的共轭函数的乘积的平均值. 不论我们使用的是实函数或复函数, $f(t)$ 的功率谱都是由自相关的富氏变换得到的.

我已经提到印字机记录不适于作进一步的数学处理. 要自相关的概念能发挥很大作用, 必须用另一种较适于仪器工作的记录方法.

记录微小电势起伏, 以便作进一步处理的最好途径之一是应用磁带. 它能把电势的起伏以一种永久的形式贮存起来, 以便在以后任何需要的时候加以利用. 麻省理工学院电子学研究室 10 年前就已经在 Rosenblith 教授和 Brazier 博士② 的指导

① Taylor G I. Diffusion by Continuous Movements. *Proceedings of the London Mathematical Society. Ser. 2*: 1912–1922, 20: 196–212.

② Barlow J S, R M Brown. *An Analog Correlator System for Brain Potentials.* Technical Report 300. Research Laboratory of Electronics, Cambridge: M. I. T., Mass, 1955.

下设计出这样一种仪器.

在这种装置中, 磁带以调频的形式加以利用. 原因是读出磁带时往往会抹掉原记录的某些部分. 如果用调幅的磁带, 记录被抹掉一些就会引起所载消息的改变, 因而在下一次再读磁带时, 我们实际读到的会是一种改变了的消息.

用调频的方法虽然也有记录被抹掉一些的问题, 但是我们读磁带的仪器对于振幅的变化是不敏感的, 它读到的只是频率. 直到磁带被抹损到完全不能认读以前, 对磁带的部分抹损都不会使所载的消息产生很大的畸变. 磁带能读很多遍, 其正确性与第一次读它时几乎相同.

从自相关的性质可以看出, 我们需要的工具是一种能把对磁带的认读延后某一可调节的时间的机器. 如果把一部仪器的两个探头一个跟一个地放在一时间间隔为 A 的磁带记录上, 就有两个信号发出来, 它们之间除了在时间上的相对位移动外, 其他都是相同的. 时间移动的大小决定于两个探头间的距离和磁带的速度, 它们都是能随意改变的. 我们可以把一个叫 $f(t)$, 另一个叫 $f(t+\tau)$, 而 τ 就是时间移动. 两者的乘积可以通过例如平方定理整流器 (square-law rectifier) 和线性搅拌器 (linear mixer), 利用恒等式

$$4ab = (a+b)^2 - (a-b)^2 \tag{10.1}$$

来得到. 这个乘积可以用一个时间常数比试样的时间间隔 A 要长很多的电阻 – 电容器网络的积分运算近似地加以平均. 所得的平均值与有 τ 延后的自相关函数的值成比例. 对不同的 τ 值作重复的处理就得到一组自相关值 (或者叫做：对一个长时间基 A(large time base A) 的抽样自相关 (sampled autocorrelation)). 图 9 是一条属于这类实自相关 (actual autocorrelation) 的曲线①. 请注意, 我们只给出了曲线的一半, 因为对负时间的自相关与对正时间的相同, 至少当我们要求其自相关的那根曲线是实曲线时, 正负时间的自相关是相同的.

类似的自相关曲线在光学中已经用了多年了, 光学中得到自相关曲线的仪器就是 Michelson 干涉仪 (图 10). 利用一个反射镜和透镜的系统, Michelson 干涉仪把一束光分成两部分, 使它们走不同长度的路程, 然后再把它们合成为一束光. 不同的路程长度产生不同的时间延后, 合成的光束是进入光束的两个复制品 (它们又可以再次表示为 $f(t)$ 和 $f(t+\tau)$) 的和. 当光束的强度由一个对功率敏感的光度计加以测量时, 光度计的读数与 $f(t)+f(t+\tau)$ 的平方成比例, 因之包含与自相关成比例的一项. 换句话说, 从干涉仪条纹的强度能求得自相关 (对一种线性变换为例外).

所有这些在 Michelson 的研究中都未明显指出. 可以看出, 如果对条纹作一富氏变换, 干涉仪就为我们提供出光的功率谱, 因之干涉仪实际上也就是一架分光计.

① 这个工作是与麻省省立医院神经生理实验室和麻省理工学院通信生物物理 (Cambridge: MIT, 1955. The Communications Biophysics) 实验室合作进行的.

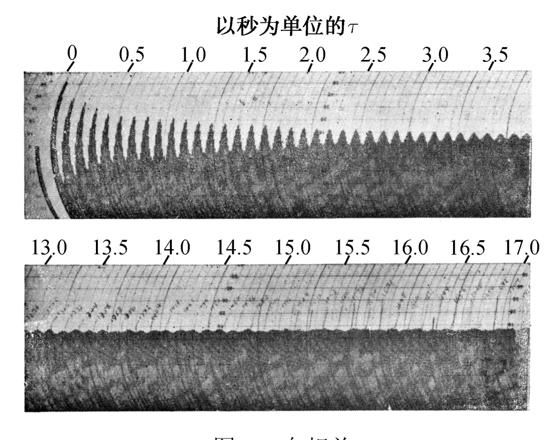


图 9　自相关

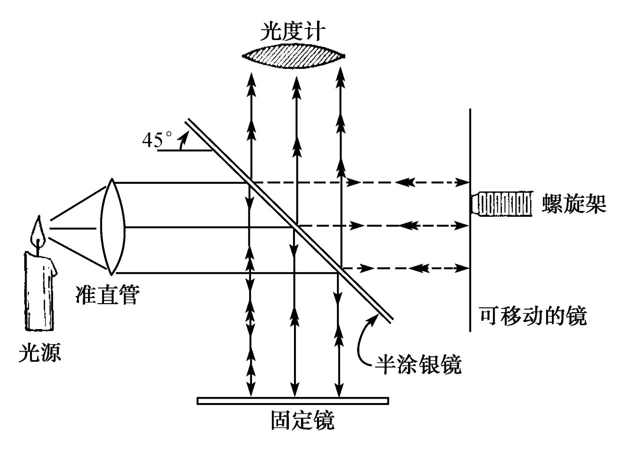


图 10　Michelson 干涉仪

它确实是我们所知道的最准确的分光计.

这类分光计只是在最近几年才开始应用, 听说现在已成为精密测量的重要工具. 所以要提到这一点的意义是: 我现在提出的求自相关记录的技术同样可以用在分光计上, 它提供一种方法使我们能把从分光计获得信息的界限加以推进.

让我们来讨论从一根自相关曲线求脑电波波谱的技术. 设 $C(t)$ 是 $f(t)$ 的自相关曲线. $C(t)$ 可以写成

$$C(t)=\int_{-\infty}^{\infty} \mathrm{e}^{2\pi \mathrm{i}\omega t}\mathrm{d}F(\omega) \tag{10.2}$$

的形式. 这里 F 经常是 ω 的增函数, 或至少是 ω 的非减函数, 我们将叫它为 f 的完全波谱 (integrated spectrum). 这种完全波谱一般是由三部分组成, 用加法联结起来. 波谱的谱线部分只是在一组数得清的点上增加. 把这一部分除外, 剩下的就是一个连续波谱. 这个连续波谱是两个部分的和, 其中一部分只在一个测度为零的

集上增加, 而另一部分却是绝对连续的, 它是一个可积正函数的积分.

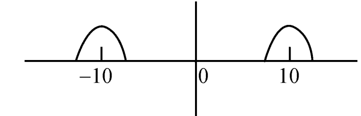
从现在起, 让我们假定波谱的头两部分 —— 离散的部分和在测度为零的集上增加的连续部分 —— 都忽略不计. 在这种情况下, 我们可以把 $C(t)$ 写成

$$C(t)=\int_{-\infty}^{\infty}\mathrm{e}^{2\pi\mathrm{i}\omega t}\phi(\omega)\mathrm{d}\omega, \tag{10.3}$$

其中 $\phi(\omega)$ 是谱密度. 如果 $\phi(\omega)$ 是 L^2 的 Lebesgue 类, 我们就能把 $\phi(\omega)$ 写成

$$\phi(\omega)=\int_{-\infty}^{\infty}C(t)\mathrm{e}^{-2\pi\mathrm{i}\omega t}\mathrm{d}t. \tag{10.4}$$

看了脑电波的自相关后, 我们就会明白, 波谱功率的主要部分是在 10 周的附近. 因此, $\phi(\omega)$ 的形状将与下图类似. 靠近 10 和 −10 的两个峰是互为镜象的.



从数值上进行富氏分析的途径是很多的, 其中包括利用积分仪和数值计算方法. 对于这两种途径来说, 主峰在 10 和 −10 的附近而不是在 0 的附近, 是不便于运算的. 好在有方法把调和分析转移到零频率的附近, 这就大大减去了运算的工作. 请注意

$$\phi(\omega-10)=\int_{-\infty}^{\infty}C(t)\mathrm{e}^{20\pi\mathrm{i}t}\mathrm{e}^{-2\pi\mathrm{i}\omega t}\mathrm{d}t. \tag{10.5}$$

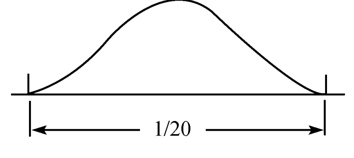
换句话说, 如果我们把 $C(t)$ 乘以 $\mathrm{e}^{20\pi\mathrm{i}t}$, 我们的新的调和分析将在零频率附近给出一个频带, 在频率为 +20 的附近给出另一个频带. 如果我们作了这种乘法而且用取平均值的方法 (等于用一个滤波器) 去掉 +20 的频带, 就会把我们的调和分析简化到只在零频率的附近.

现在

$$\mathrm{e}^{20\pi\mathrm{i}t}=\cos 20\pi t+\mathrm{i}\sin 20\pi t, \tag{10.6}$$

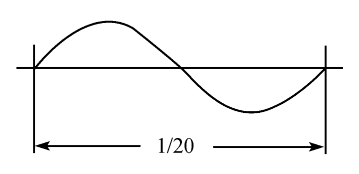
因此, $C(t)\cdot\mathrm{e}^{20\pi\mathrm{i}t}$ 的实数和虚数部分分别为 $C(t)\cos 20\pi t$ 和 $\mathrm{i}C(t)\sin 20\pi t$. 把这两个函数通过一个低通的滤波器 (这相当于在 1/20 秒或更长一点的时间间隔内对它们取平均值), 我们就能把 +20 附近的频带去掉.

设我们有一曲线其主要的功率都在频率为 10 周的附近. 当我们把它乘以 $20\pi t$ 的余弦或正弦时, 我们将得到一条曲线, 它是两个部分的和, 其中一部分见右图, 另一部分见下图当我们把第二条曲线



对长度为 1/10 秒的时间取平均值时, 其值为零. 对第一条曲线取平均值, 其值为最大高度的一半. 因此, 用修匀 $C(t)\cos 20\pi t$ 和 $\mathrm{i}C(t)\sin 20\pi t$ 的办法, 可以分别得到所

有频率集中在 0 附近的函数的实数部分和虚数部分的很好的近似, 这个函数的分布频率将在零附近, 而 $C(t)$ 的波谱的一部分则在 10 附近. 现在设 $K_1(t)$ 是修匀 $C(t)\cos 20\pi t$ 的结果, $K_2(t)$ 是修匀 $C(t)\sin 20\pi t$ 的结果. 我们希望得到



$$\begin{aligned}&\int_{-\infty}^{\infty}(K_1(t)+\mathrm{i}K_2(t))\mathrm{e}^{-2\pi\mathrm{i}\omega t}\mathrm{d}t\\ =&\int_{-\infty}^{\infty}(K_1(t)+\mathrm{i}K_2(t))(\cos 2\pi\omega t-\mathrm{i}\sin 2\pi\omega t)\mathrm{d}t.\end{aligned}\tag{10.7}$$

既然这个式子是波谱, 它就必须是实数. 因此它等于

$$\int_{-\infty}^{\infty}K_1(t)\cos 2\pi\omega t\mathrm{d}t+\int_{-\infty}^{\infty}K_2(t)\sin 2\pi\omega t\mathrm{d}t.\tag{10.8}$$

换句话说, 如果作 K_1 的余弦分析和 K_2 的正弦分析并把它们相加, 我们就得到 f 的置换波谱 (displaced spectrum). 可以证明 K_1 是偶函数, K_2 是奇函数. 这就是说, 如果作 K_1 的余弦分析并加上或减去 K_2 的正弦分析, 我们将分别得到离中心频率的距离为 ω 的右边和左边的波谱. 这种求波谱的方法, 我们叫它成拍法 (method of heterodyning).

当自相关曲线局部地近似于正弦式曲线, 其周期例如说是 0.1 秒 (如图 9 脑电波自相关曲线所表现的那样) 时, 上述成拍方法的计算可以简化. 我们以 1/40 秒为时间间隔来求自相关. 因此, 我们取 0, 1/40 秒, 2/40 秒, 3/40① 秒等值的序列, 并且改变那些分子为奇数的分数的符号, 依次在一个较长的统计游程上对这些时间值取平均而且得到一个与 $K_1(t)$ 接近相等的量. 如果我们在 1/40 秒, 3/40 秒, 5/40 秒等值上取同样的做法, 交替地改变这些值的符号, 像前面一样取平均值, 我们就得到 $K_2(t)$ 的近似值. 由此以后的其他运算手续就很清楚了.

这种做法所以正确是因为质量分布

$$\begin{aligned}&\text{在 } 2\pi n \text{ 诸点上为 } 1,\\&\text{在 } (2n+1)\pi \text{ 诸点上为 } -1.\end{aligned}$$

因为质量分布在其他各点都为 0, 所以当把它用调和分析来表示时, 将含有频率为 1 的一个余弦部分而得不到正弦部分. 同样, 当一个质量分布

$$\begin{aligned}&\text{在 } (2n+1/2)\pi \text{ 为 } 1,\\&\text{在 } (2n-1/2)\pi \text{ 为 } -1,\\&\text{在其他各处为 } 0.\end{aligned}$$

① 原文在此处为 0, 1/20, 2/20, 3/20. 与前后文矛盾 —— 译者注

将含有频率为 1 的正弦部分, 没有余弦部分. 两种分布都含有频率为 N 的部分; 但是因为我们所分析的原来的曲线在这些频率上没有或几乎没有值, 这些项也就不产生什么影响. 这使成拍的运算大大简化, 因为我们唯一要乘的因子就是 $+1$ 或 -1. 我们发现, 当只有手工的工具时, 成拍的方法在脑电波的调和分析中是很有用的方法, 如果我们不用成拍而要进行调和分析的各种细节, 就不可避免地要进行大量的工作. 所有对脑波谱的调和分析的早期工作都是用成拍法作的. 但是, 后来证明可以用数字计算机, 节省大量计算工作已不是主要的考虑, 因此, 后来在调和分析方面的大量工作都是不用成拍法而直接进行的. 在没有数字计算机的地方, 仍然有许多这样的工作要做, 因此, 我并不认为成拍法在实际中已经没有用了.

我在这里介绍一部分在我们的研究中得到的特殊的自相关因为自相关包括很长一串数据, 它不适于在这里全部照搬出来, 我们只拿出开始的在 $\tau = 0$ 的附近和稍为往前的一部分.

图 11 表示对一条自相关曲线进行调和分析的结果, 这条曲线的一部分曾表示在图 9 上. 这里的结果是用一架高速数字计算机[①]获得的, 但是我们发现这个波谱与我们早期靠手通过成拍法所获得的波谱之间非常一致, 至少在波谱的高功率部分的附近是如此.

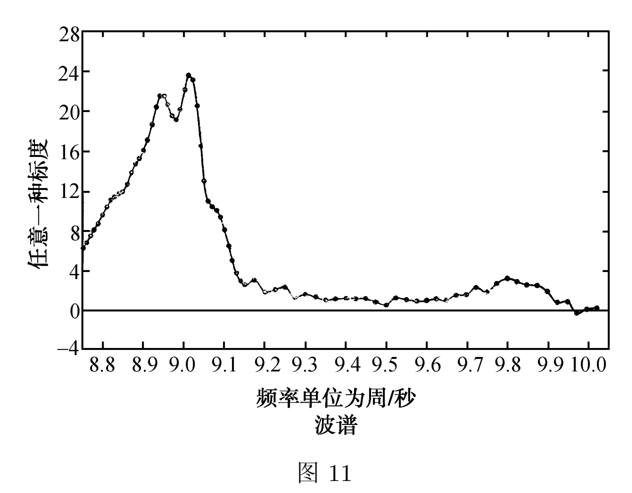


图 11

当我们审查这条曲线时, 发现功率在频率为 9.05 周/秒附近有一显著的下降. 波谱下降的底点是非常明显的, 它是脑电流描记术中出现过的各种量中最能以高度的精确性加以确定的一个客观量. 在我们所得到的其他曲线中也有某些指征, 但是它们的可靠性在细节上都还有一些问题, 这个曲线在功率上的突然下降还跟着有一个很短的突然上升, 因此在下降和上升之间曲线上有一个坑. 不管事情是否真的如

① 用的是 M. I. T. 计算中心的 IBM-709.

此, 它强烈地暗示我们, 成峰值状的功率对应于把功率从曲线的低值区域拉走的那种拉力.

在我们得到的波谱中, 波峰的主要部分集中在约 1/3 周的范围内, 这件事并没有什么意义. 有趣的是, 四天以后另一张脑动电流图对同一对象所作的记录中, 这个波峰的近似宽度仍然没有变, 更有意思的是, 波峰的形状一点也没有变. 有理由相信, 对于其他的对象, 波峰的宽度将不同, 也许还会窄一些. 这个研究上的设想的彻底满意的证明还待进行.

非常希望我所提到的涉及这些暗示的工作能有人用更好的仪器作精密的测量, 使它们能得到明确地证明或得到明确地否定.

我现在来谈谈取样问题. 为此, 需要介绍一下我关于函数空间积分①的早期工作中的某些概念. 借助于这种工具, 我们就能为波谱已给定的连续过程作一个统计模型. 虽然这个模型不是产生脑电波的那个过程的精确复制品, 但是, 对于我们在前一章中提到的脑电波波谱所要求的那种均方根误差来说, 这个模型还是能提供足够的具有统计意义的信息.

我在这里要不加证明地提出一种实函数 $x(t,\alpha)$ 的某些性质, 这种函数在我关于广义调和分析的论文② 和其他地方都谈到过. 实函数 $x(t,\alpha)$ 依赖于从 $-\infty$ 到 ∞ 的变数 t 和从 1 到 0 的变数 α. 它代表一个依赖于时间 t 和统计分布参数 α 的布朗运动的一个空间变数.

$$\int_{-\infty}^{\infty} \phi(t)\mathrm{d}x(t,\alpha) \tag{10.9}$$

的式子对所有从 $-\infty$ 到 ∞ 的 L^2 勒贝格类的函数 $\phi(t)$ 都有确定值. 如果 $\phi(t)$ 有一属于 L^2 的导数, 10.9 式则成为

$$-\int_{-\infty}^{\infty} x(t,\alpha)\phi'(t)\mathrm{d}t. \tag{10.10}$$

因此, 对于所有属于 L^2 的函数 $\phi(t)$, 通过某一完全确定的极限过程, 10.9 都有确定值. 其他积分

$$\int_{-\infty}^{\infty}\cdots\int_{-\infty}^{\infty} K(\tau_1,\cdots,\tau_n)\mathrm{d}x(\tau_1,\alpha)\cdots\mathrm{d}x(\tau_n,\alpha) \tag{10.11}$$

也可以依同样方法得确定值. 我们所用到的基本定理是

$$\int_0^1 \mathrm{d}\alpha\int_{-\infty}^{\infty}\cdots\int_{-\infty}^{\infty} K(\tau_1,\cdots,\tau_n)\mathrm{d}x(\tau_1,\alpha)\cdots\mathrm{d}x(\tau_n,\alpha). \tag{10.12}$$

① Wiener N. Generalized harmonic analysis. *Acta Mathematica*, 1930, 55: 117–258; *Nonlinear Problems in Random Theory.* New York: The Technology Press of M. I. T. and John Wiley & Sons, Inc., 1958.

② 同上注.

通过令

$$K_1(\tau_1, \cdots, \tau_{n/2}) = \sum K(\sigma_1, \sigma_2, \cdots, \sigma_n) \tag{10.13}$$

(这里的 τ_k 是通过令所有可能的各对 σ_K(如果 n 是偶数) 两两相等的办法得到的) 就变成

$$\int_{-\infty}^{\infty} \cdots \int_{-\infty}^{\infty} K_1(\tau_1, \cdots, \tau_{n/2}) \mathrm{d}\tau_1, \cdots, \mathrm{d}\tau_{n/2}. \tag{10.14}$$

如果 n 是奇数

$$\int_0^1 \mathrm{d}\alpha \int_{-\infty}^{\infty} \cdots \int_{-\infty}^{\infty} K(\tau_1, \cdots, \tau_n) \mathrm{d}x(\tau_1, \alpha) \cdots \mathrm{d}x(\tau_n, \alpha) = 0. \tag{10.15}$$

另一个关于这些随机积分的重要定理是：如果 $\mathscr{F}\{g\}$ 是 $g(t)$ 的泛函, 使得 $\mathscr{F}[x(t, \alpha)]$ 对 α 来说, 是一个属于 L 的函数而且只依赖于 $x(t_2, \alpha) - x(t_1, \alpha)$, 那么在每一个 t_1 上几乎对所有的 α 值

$$\lim_{A \to \infty} \frac{1}{A} \int_0^A \mathscr{F}[x(t, \alpha)] \mathrm{d}t = \int_0^1 \mathscr{F}[x(t_1, \alpha)] \mathrm{d}\alpha. \tag{10.16}$$

这就是伯克霍夫各态历经定理, 它已被作者[①] 和其他人加以证明。

前面提到的 *Acta Mathematica* 上的论文已经证明, 如果 U 是函数 $K(t)$ 的一个实值单式变换

$$\int_{-\infty}^{\infty} UK(t) \mathrm{d}x(t, \alpha) = \int_{-\infty}^{\infty} K(t) \mathrm{d}x(t, \beta), \tag{10.17}$$

其中 β 与 α 不同之处仅在于：β 经过 (0,1) 区间的测度不变的变换仍然成为自身。

现在设 $K(t)$ 属于 L^2, 并设在 Plancherel[②]意义上

$$K(t) = \int_{-\infty}^{\infty} q(\omega) \mathrm{e}^{2\pi \mathrm{i} \omega t} \mathrm{d}\omega. \tag{10.18}$$

让我们来研究实函数

$$f(t, \alpha) = \int_{-\infty}^{\infty} K(t + \tau) \mathrm{d}x(\tau, \alpha), \tag{10.19}$$

它代表一线性变换器作用在一布朗运动的输入上的反应. 它的自相关是

$$\lim_{T \to \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{T} f(t + \tau, \alpha) \overline{f(t, \alpha)} \mathrm{d}t. \tag{10.20}$$

① Wiener N. The Ergodic Theorem. *Duke Mathematical Journal*, 1939, **5**: 1–39; also in *Modern Mathematics for the Engineer*. Beckenbach E F Ed.. New York: McGraw-Hill, 1956: 166–168.

② Wiener N. Plancherel's Theorem. *The Fourier Integral and Certain of Its Applications*. Cambridge, England: The University Press, 1933: 46–71; New York: Dover Publications, Inc..

根据各态历经定理, 它对几乎所有的 α 值都有如下的值：

$$\begin{aligned}&\int_0^1 \mathrm{d}\alpha \int_{-\infty}^{\infty} K(t_1+\tau)\mathrm{d}x(t_1,\alpha)\int_{-\infty}^{\infty}\overline{K(t_2)}\mathrm{d}x(t_2,\alpha)\\ =&\int_{-\infty}^{\infty}K(t+\tau)\overline{K(t)}\mathrm{d}t.\end{aligned} \tag{10.21}$$

因此, 波谱几乎经常是

$$\begin{aligned}&\int_{-\infty}^{\infty}\mathrm{e}^{-2\pi\mathrm{i}\omega\tau}\mathrm{d}\tau\int_{-\infty}^{\infty}K(t+\tau)\overline{K(t)}\mathrm{d}t\\ =&\left|\int_{-\infty}^{\infty}K(\tau)\mathrm{e}^{-2\pi\mathrm{i}\omega\tau}\mathrm{d}\tau\right|^2\\ =&|q(\omega)|^2.\end{aligned} \tag{10.22}$$

这就是那实际的波谱. 在取平均值的时间 A (在我们的例子中是 2700 秒) 上的抽样自相关将是

$$\begin{aligned}&\frac{1}{A}\int_0^A f(t+\tau,\alpha)\overline{f(t,\alpha)}\mathrm{d}t\\ =&\int_{-\infty}^{\infty}\mathrm{d}x(t_1,\alpha)\int_{-\infty}^{\infty}\mathrm{d}x(t_2,\alpha)\frac{1}{A}\int_0^A K(t_1+\tau+s)\overline{K(t_2+s)}\mathrm{d}s.\end{aligned} \tag{10.23}$$

实际抽样波谱 (resulting sampled spectrum) 的时间平均几乎经常是

$$\int_{-\infty}^{\infty}\mathrm{e}^{-2\pi\mathrm{i}\omega\tau}\mathrm{d}\tau\frac{1}{A}\int_0^A\mathrm{d}s\int_{-\infty}^{\infty}K(t+\tau+s)\overline{K(t+s)}\mathrm{d}t=|q(\omega)|^2. \tag{10.24}$$

这就是：抽样波谱与实际波谱有相同的对时间平均的值.

为了许多目的, 我们都对近似波谱感兴趣, 近似波谱只在 $(0,B)$ 上对 τ 积分, 在我们前面提到的特例中, B 是 20 秒. 让我们回想一下, $f(t)$ 是实函数, 自相关是对称函数. 因此, 我们可以用从 $-B$ 到 B 的积分来代替从 0 到 B 的积分：

$$\int_{-B}^{B}\mathrm{e}^{-2\pi\mathrm{i}u\tau}\mathrm{d}\tau\int_{-\infty}^{\infty}\mathrm{d}x(t_1,\alpha)\int_{-\infty}^{\infty}\mathrm{d}x(t_2,\alpha)\frac{1}{A}\int_0^A K(t_1+\tau+s)\times\overline{K(t_2+s)}\mathrm{d}s, \tag{10.25}$$

它有平均值为

$$\begin{aligned}\int_{-B}^{B}\mathrm{e}^{-2\pi\mathrm{i}u\tau}\mathrm{d}\tau\int_{-\infty}^{\infty}K(t+\tau)\overline{K(t)}\mathrm{d}t&=\int_{-B}^{B}\mathrm{e}^{-2\pi\mathrm{i}u\tau}\mathrm{d}\tau\int_{-\infty}^{\infty}|q(\omega)|^2\mathrm{e}^{2\pi\mathrm{i}\tau\omega}\mathrm{d}\omega\\ &=\int_{-\infty}^{\infty}|q(\omega)|^2\frac{\sin 2\pi B(\omega-u)}{\pi(\omega-u)}\mathrm{d}\omega.\end{aligned} \tag{10.26}$$

近似波谱在 $(-B,B)$ 上的平方值将是

$$\left|\int_{-B}^{B}\mathrm{e}^{-2\pi\mathrm{i}u\tau}\mathrm{d}\tau\int_{-\infty}^{\infty}\mathrm{d}x(t_1,\alpha)\int_{-\infty}^{\infty}\mathrm{d}x(t_2,\alpha)\right.$$
$$\left.\times\frac{1}{A}\int_0^A K(t_1+\tau+s)\overline{K(t_2+s)}ds\right|^2.$$

它有平均值

$$\begin{aligned}
&\int_{-B}^{B}\mathrm{e}^{-2\pi\mathrm{i}u\tau}\mathrm{d}\tau\int_{-B}^{B}\mathrm{e}^{2\pi\mathrm{i}u\tau_1}\mathrm{d}\tau_1\frac{1}{A^2}\int_0^A\mathrm{d}s\int_0^A\mathrm{d}\sigma\int_{-\infty}^{\infty}\mathrm{d}t_1\int_{-\infty}^{\infty}\mathrm{d}t_2\\
&\times[K(t_1+\tau+s)\overline{K(t_1+s)K(t_2+\tau_1+\sigma)}K(t_2+\sigma)\\
&+K(t_1+\tau+s)\overline{K(t_2+s)K(t_1+\tau_1+\sigma)}K(t_2+\sigma)\\
&+K(t_1+\tau+s)\overline{K(t_2+s)K(t_2+\tau_1+\sigma)}K(t_1+\sigma)]\\
=&\left[\int_{-\infty}^{\infty}|q(\omega)|^2\frac{\sin 2\pi B(\omega-u)}{\pi(\omega-u)}\mathrm{d}\omega\right]^2\\
&+\int_{-\infty}^{\infty}|q(\omega_1)|^2\mathrm{d}\omega_1\int_{-\infty}^{\infty}|q(\omega_2)|^2\mathrm{d}\omega_2\\
&\times\left[\frac{\sin 2\pi B(\omega_1-u)}{\pi(\omega_1-u)}\right]^2\frac{\sin^2 A\pi(\omega_1-\omega_2)}{\pi^2A^2(\omega_1-\omega_2)^2}\\
&+\int_{-\infty}^{\infty}|q(\omega_1)|^2\mathrm{d}\omega_1\int_{-\infty}^{\infty}|q(\omega_2)|^2\mathrm{d}\omega_2\\
&\times\frac{\sin 2\pi B(\omega_1+u)}{\pi(\omega_1+u)}\frac{\sin 2\pi B(\omega_2-u)}{\pi(\omega_2-u)}\frac{\sin^2 A\pi(\omega_1-\omega_2)}{\pi^2A^2(\omega_1-\omega_2)^2}.
\end{aligned}\tag{10.27}$$

大家都知道, 如果 m 代表一个平均值

$$m[\lambda-m(\lambda)]^2=m(\lambda^2)-[m(\lambda)]^2.\tag{10.28}$$

因此, 近似抽样波谱的均方根误差将等于

$$\sqrt{\begin{aligned}&\int_{-\infty}^{\infty}|q(\omega_1)|^2\mathrm{d}\omega_1\int_{-\infty}^{\infty}|q(\omega_2)|^2\mathrm{d}\omega_2\frac{\sin^2 A\pi(\omega_1-\omega_2)}{\pi^2A^2(\omega_1-\omega_2)^2}\\&\times\left(\frac{\sin^2 2\pi B(\omega_1-u)}{\pi^2(\omega_1-u)^2}+\frac{\sin 2\pi B(\omega_1+u)}{\pi(\omega_1+u)}\frac{\sin 2\pi B(\omega_2-u)}{\pi(\omega_2-u)}\right)\end{aligned}}.\tag{10.29}$$

现在

$$\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\sin^2 A\pi u}{\pi^2A^2u^2}\mathrm{d}u=\frac{1}{A},\tag{10.30}$$

因此

$$\int_{-\infty}^{\infty}g(\omega)\frac{\sin^2 A\pi(\omega-u)}{\pi^2A^2(\omega-u)^2}\mathrm{d}\omega\tag{10.31}$$

是 $1/A$ 乘以 $g(\omega)$ 的一个流动权重平均 (running weighted mean). 当被平均的量在 $1/A$ 的小范围内近于常数 (在此处这个假设是合理的) 时, 我们就可以把

$$\sqrt{\frac{2}{A}\int_{-\infty}^{\infty}|q(\omega)|^4\frac{\sin^2 2\pi B(\omega-u)}{\pi^2(\omega-u)^2}\mathrm{d}\omega} \tag{10.32}$$

作为波谱任何点上均方根误差的一个近似强值 (approximate dominant of the root-mean-square error).

请注意如果近似抽样波谱在 $u=10$ 处有最大值, 其值将是

$$\int_{-\infty}^{\infty}|q(\omega)|^2\frac{\sin 2\pi B(\omega-10)}{\pi(\omega-10)}\mathrm{d}\omega, \tag{10.33}$$

对于平滑的 $q(\omega)$, 它的值离 $|q(10)|^2$ 不会很远. 作为一个测量的单位, 波谱对这值的均方根误差将是

$$\sqrt{\frac{2}{A}\int_{-\infty}^{\infty}\left|\frac{q(\omega)}{q(10)}\right|^4\frac{\sin^2 2\pi B(\omega-10)}{\pi^2(\omega-10)^2}\mathrm{d}\omega}, \tag{10.34}$$

因此, 它不会大于

$$\sqrt{\frac{2}{A}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\sin^2 2\pi B(\omega-10)}{\pi^2(\omega-10)^2}\mathrm{d}\omega}=2\sqrt{\frac{B}{A}}. \tag{10.35}$$

在我们所研究的情况下, 它将是

$$2\sqrt{\frac{20}{2700}}=2\sqrt{\frac{1}{135}}\approx\frac{1}{6}. \tag{10.36}$$

如果我们假定“坑”的现象是真实的, 或者说, 如果在频率 9.05 周/秒附近我们的曲线有一突然的下降, 那就有几个生理学的问题值得考虑. 值得考虑的三个主要问题是：我们所观察到的现象的生理机能; 产生它们的生理机制; 这些观察在医学上可能的应用.

请注意, 一根清晰的频率线等于一架准确的时钟. 大脑在某种意义上是一个控制和计算装置, 因此很自然地我们要问, 是否其他形式的控制和计算装置也用时钟. 的确大多数装置是用的. 在这类装置中用时钟是为了闸流 (gating) 的目的. 所有这类装置都要在一组脉冲之间兼夹其他很多组脉冲. 如果脉冲只是靠天关线路来发送, 脉冲计时的重要性是不大的, 闸流也是不需要的. 但是, 使用这种脉冲传送方法的结果是, 整个线路在消息发送完以前不能作别的用处, 这就造成装置的大部分在一个时间不定的周期内不能发挥作用. 因此, 人们希望在一部计算和控制装置中, 消息是用组合开关信号来传送. 这就立即可以把装置空出来作其他的用处. 要做到

这一点, 必须把各组消息储存起来, 以便能同时把它们发出去, 当它们还在机器中时, 能把它们组合在一起. 为此, 闸流是需要的, 而利用时钟可以方便地实现这种闸流.

大家都知道, 至少在较长的神经纤维的情况下, 神经脉冲是由许多波峰来传载的, 这些波峰的形状与产生它们的方法无关. 这些波峰的组合是突触机构的一项功能. 在这些突触中, 一些进入的纤维联结着一根出去的纤维. 当进入的纤维的适当组合在一个很短的时间间隔内"激发"时, 出去的纤维也"激发". 在另外一些情况下, 某些进入纤维有抑制作用, 它们能绝对地阻止激发或者至少增加其他纤维的阈限. 无论哪种情况, 一个短的组合周期是必须的, 如果进入的消息不在这个短周期内, 它们就不能组合起来. 因此需要某种闸流机构, 使进入的消息差不多是同时到达. 否则突触就不能作为一个组合机构而起作用①.

但是, 我仍然希望进一步证明这种闸流是确实存在的. 洛杉矶的加利福尼亚大学心理系 Lindsley 教授的某些工作与此有关. 他做过一些对视觉信号的反应时间的研究. 如所周知, 当一个视觉信号达到时, 它所刺激的肌肉的活动并不是马上发生而有某种延迟. Lindsley 教授指出这种延迟时间并不是一个常数, 它似乎包含三部分. 其中一部分的长度是常数, 其他两部分看来是均匀地分布在约 1/10 秒上. 它仿佛是中枢神经系统每 1/10 秒能够接收一个进入脉冲, 也仿佛是从中枢神经系统输出到肌肉的脉冲每 1/10 秒才有一个能到达. 这就是闸流的实验证明; 与这 1/10 秒的闸流相联系的大脑的中央 α 律的近似周期也是 1/10 秒, 这件事很可能不是偶然的.

中央 α 律的功能就是如此. 现在的问题是这个律的产生机制. 这里我们必须提出 α 律能用闪光来加强的事实. 如果用周期约 1/10 秒的闪光射入眼中, 大脑的 α 律就发生变化, 直到出现一个与闪光有相同周期的强组分. 没有疑问, 闪光在视网膜上产生一个电的闪烁, 在中枢神经系统中几乎可以肯定也产生这种闪烁.

不管怎样, 有一些证据指出, 纯粹电的闪烁可以产生与视觉闪烁相同的效应. 这个实验已经在德国做了. 一个房间是由导电的地板和一块挂在天花板上的绝缘了的金属板作成. 把研究对象放进房间, 把地板和天花板联接在一部产生交流电势的发电机上, 它的频率接近每秒 10 周. 被研究对象的经验感觉是很紊乱的, 它与一个类似的闪光所引起的紊乱感觉差不多.

自然, 这些实验需要在控制更好的条件下进行, 也需要同时对研究对象作脑动电流图. 但是, 就已经做过的实验来看, 有迹象表明, 视觉闪光所产生的效应可能由电闪烁通过静电感应产生.

① 这特别是发生在皮质上的情况的一个简化的图象, 因为神经元的全或无动作要靠它自己有足够的长度, 才能在神经元中以近似的形式重现进入脉冲的形状. 但是, 以皮质上的情况为例, 由于神经元短, 仍然存在整步的需要, 当然这个过程是非常复杂的.

请注意, 如果一个振荡器的频率能够被频率不同的脉冲所改变, 这个振荡器的机构一定是非线性的. 一个按给定振荡频率动作的线性机构只能产生频率相同的振荡, 一般可以有某些位相和振幅的改变. 对于非线性机构, 情况就不是这样, 它可以产生许多频率的振荡, 它们是振荡器频率和所加扰动的频率的不同级的和或差. 对这样一种机构很容易移动它的频率; 在我们所研究的例子中, 这种移动具有吸引的性质. 很可能这种吸引是一种长时间的或长期的现象, 对于短时间来说, 这个系统仍然是近似于线性.

设想一下这种可能性：大脑包含很多个频率在 10 周/秒附近的振荡器, 在这些频率的范围内, 它们可以相互吸引. 在这种情况下, 各频率象是拉扯在一起, 形成一个或多个的小丛, 至少形成波谱的某一个区域. 被拉扯成这些小丛的频率, 一定在某些点上被扯开, 这样就造成波谱上的裂缝, 在那些地方的功率一定比我们原来希望的要低. 这样的现象的确发生在个别人所发出的脑电波中, 它的自相关曲线表示在图 9 上, 其中指明在频率为 9.0 周/秒上功率有显著下降. 早期研究者所用的分辨本领很低的调和分析[①] 是不容易发现这个现象的.

为了使这个关于脑电波的起源的说明是有道理的, 我们还需对大脑进行考察, 看看所假定的振荡器是否存在和它们的性质. 麻省理工学院的 Rosenblith 教授告诉我, 存在一种名叫后放电 (after discharge)[②]的现象. 当一道闪光送入眼睛后, 与闪光有关的大脑皮质的电势并不马上回到零, 它在完全消失以前要经过一连串正的和负的位相. 这个电势的形状可以用调和分析来描述, 经分析发现功率的主要部分是在 10 周附近. 这一事实至少与我们提出的脑电波自行组织的理论是不矛盾的. 这些短时间的振荡器 (short-time oscillation) 拉扯在一起变成连续振荡的现象已经在其他的身体周期性中观察到, 例如在许多生物中都观察到近于 $23\frac{1}{2}$ 小时的周日律 (diurnal rhythm)[③]. 这个律可以通过改变外界环境被拉到 24 小时周日律处. 倘若生物的周日律能够通过外界环境的影响被吸引到 24 小时律处, 它的自然律是否精确地是一个 24 小时律, 从生物学上看来就不重要了.

有一个能够帮助弄明白我的关于脑电流的假说是否正确的有趣的实验, 它很可能要以萤火虫或其他像蟋蟀或青蛙这类动物为研究对象, 因为这些动物能发出可看到或可听到的脉冲而且还能接收这些脉冲. 很多人认为在一枝树上的萤火虫以一致

① 我要指出, 存在窄的中央律的一个证明已经由在英国布利斯托尔的伯尔敦神经学研究所 (Burden Neurological Institude) 的 Walter 博士所得到. 我不清楚他的方法的全部细节; 但是, 我懂得他所提到的现象实际上存在于他的脑电波的局部观察图 (toposcopic picture) 上, 当从中心向外移动时表征频率的光线集中在一个比较窄的扇形内.

② Barlow J S. Rhythmic activity induced by photic stimulation in relation to intrinsic alpha activity of the brain in man. *EEG Clin, Neurophysiol.,* 1960, 12: 317–326.

③ *Cold Spring Harbor Symposium on Quantitative Biology.* Volume XX (Biological Clocks). The Biological Laboratory. Cold Spring Harbor, I., N. Y., 1960.

的动作发出闪光, 这个明显的现象会被解释为人眼的幻觉. 我听说东南亚有一些萤火虫这种现象非常显著, 显著到很难用幻觉来解释. 这里, 萤火虫有两重的动作. 一方面它是一个发射多少具有周期性脉冲的发射器, 另一方面它有能接收这些脉冲的接收器. 会不会这里同样也发生我们所假定的频率拉扯在一起的现象呢? 为此, 对闪光作精确的记录是必须的, 这种记录很适于作调和分析. 而且, 可以给萤火虫照射例如像氖管这样的周期性闪光, 这样我们就可以确定把其他频率拉成自己的频率是否是一种趋势. 如果情况的确如此, 我们将力求获得一个关于这些天然闪光的精确记录, 并对这个记录作一个类似我们对脑电波所作的那种自相关分析. 在实验没有作出以前, 我不敢冒失地宣布它的结果, 但这条研究路线由于它很有希望而又不太困难是非常打动我的.

频率吸引的现象在某些无生命的场合也有发生. 设有一组交流发电机, 它的频率是由一附属于原动机上的调速器来控制的. 这些调速器使各交流发电机的频率保持在较窄的频率区以内. 设各发电机的输出端并联在汇流条上, 电流从汇流条流到外负荷上去, 外负荷由于电灯的开灭等原因多少要发生随机的起伏. 为了避免在老式的中央电站中发生的那种开关电闸的人为问题, 我们假定发电机的开关是自动化的. 当一部发电机的速度和位相发动到与系统的其他发电机的速度和位相足够接近的时候, 一个自动装置就会把它接到汇流条上去, 如果由于某些偶然的原因, 它离开正常的频率和位相太远, 一个类似的装置将自动地把它关掉. 在这样一个系统中, 如果一部发电机跑得太快因而频率太高, 它就要分担大于它正常要分担的部分的负荷, 如果一部发电机跑得太慢, 它就只分担小于正常部分的负荷. 结果是在各发电机的频率之间有一种吸引. 整个的发电系统仿佛有一个真正的调速器在起作用, 它比各个发电机的调速器还要精确, 它是由这些调速器和发电机之间的电的相互作用所共同组成的. 发电系统的精确频率调节, 至少部分是由于这种电的相互作用的结果. 也是由于它的作用, 具有高精确度的电钟的应用才有可能.

因此, 我建议平行于我们对脑电波的研究, 对发电系统的输出同时展开实验的和理论的研究.

下述事实历史地看是有趣的: 在交流电机工程的早期发展中, 曾经尝试把现代发电系统中所用的这种常电压型的发电机串联起来, 而不是像现在这样并联起来. 但是后来发现各个发电机在频率方面的相互作用是排斥而不是吸引. 结果是这样的系统不可能稳定, 除非每个发电机的转动部件都用一根共同的轴或用齿轮把它们固定地联接起来. 另一方面, 发电机的汇流条并联联接证明有一种固有的稳定性, 它使得把不同电站的发电机统一成一个单一的自足的系统. 用一个生物学上的类比, 并联系统是一个比串联系统更能使状态稳定的系统, 因此它被保存下来, 而串联系统通过自然选择被淘汰.

一个引起频率吸引的非线性相互作用能产生一个自行组织系统, 我们讨论过的

脑电波和交流网络的例子就是如此. 这种自行组织的可能性绝不限于这两种现象所属的低频的范围. 下面来研究频率在比如红外光或雷达波段的自行组织系统.

如我们在前面已说过的, 生物学的主要问题之一就是：组成基因、病毒和产生癌的某种特殊物质是通过什么方式, 从不具有这种特异性的, 像氨基酸和核酸的混合物中生殖自己. 通常所作的解释是, 这些物质的一个分子作为样板而起作用, 要组成这种物质的较小的分子把自己松开, 按照样板分子的要求结合成一个与它相同的大分子. 这大都是一种形象的说法, 只不过是对生命的基本现象的另一种描述方法, 不过是说其他的大分子是以现存的大分子作模型来形成的. 但是这种形成有一个过程, 这是一个动力学的过程, 一个包括各种力和力的平衡的过程. 描述这种力的一个完全可能的途径是：分子特异性的积极承担者可能是分子幅射的频率式样, 这种辐射的一个重要部分可能是在红外电磁频率或更低的频率范围. 一种病毒物质在某种情况下可能发射红外振荡, 这种振荡具有促进从没有特异的氨基酸和核酸原料中形成病毒分子的能力. 很可能这种现象可以看作是频率的一种相互吸引的作用. 因为整个事情还待证明, 有些细节也还没有完成, 我不打算提出更明确的东西. 检验这些论点的明显方法就是研究大块病毒物质 (例如烟草镶嵌病毒的结晶) 的吸收和发射光谱, 并且观察这些频率的光线对在适当的营养物质下从现存病毒生产更多的病毒的影响. 我所说的吸收光谱指的是那种几乎一定会存在的吸收现象, 至于发射光谱, 我指的是某种荧光现象.

所有这些研究都涉及在我们经常遇到的强连续光谱的背景下如何仔细来考察光谱的高度精密的方法. 我们已经知道, 在脑电波的微观分析中也遇到同样的问题, 干涉分光计 (interferometer spectrography) 的数学与我们这里所要用的数学实际上是相同的. 因此, 我慎重建议在研究分子光谱时, 特别是在研究像病毒、基因和癌的光谱时, 试验一下这个方法的效力. 预言这种方法对纯粹生物学研究和医学的全部价值还为时过早, 但是我非常希望它们或许会被证明在这两个领域有极大的价值.